

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉE À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE  
M. Ing.

PAR  
ETIENNE LACROIX

MODÉLISATION CFD ET CARACTÉRISATION DE LA DYNAMIQUE DE  
L'ÉCOULEMENT ET DU MÉLANGE DANS UN MÉLANGEUR PLANÉTAIRE SANS  
LAMELLE

MONTREAL, LE 11 JANVIER 2010

© Etienne Lacroix, 2010

*« Pour apprendre quelque chose aux gens, il faut mélanger ce qu'ils connaissent avec ce qu'ils ignorent. »*

Pablo Picasso

**PRÉSENTATION DU JURY**  
**CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ**  
**PAR UN JURY COMPOSÉ DE :**

M. S. Antoine Tahan, directeur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Louis Dufresne, codirecteur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Patrice Seers, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

François Morency, membre du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

**IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY**

**LE 15 DÉCEMBRE 2009**

**À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**

## **REMERCIEMENTS**

Je désire d'abord remercier tout particulièrement M. Antoine Tahan, mon directeur de recherche, de même que M. Louis Dufresne, mon codirecteur de recherche, pour leur support tout au long de ce projet et leurs judicieux conseils, ce qui m'a permis d'apprendre énormément. Je suis très reconnaissant de tout le temps qu'ils m'ont accordé.

Je tiens également à remercier M. Germain Véronneau, Mme. Linda Véronneau et M. Jean-Claude Goyette de chez G-Explore pour leur aide et leur appui sans borne dans l'élaboration de la portion expérimentale de ce mémoire de même que pour la confiance qu'ils m'ont accordée.

J'aimerais aussi remercier G-Explore, le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) et l'École de technologie supérieure (ÉTS) pour leur soutien financier durant ce projet.

Je remercie profondément ma famille et mes amis pour leur présence et leur écoute. Un merci particulier à Samuel Provost et Jonathan Villard pour leurs encouragements et la motivation qu'ils m'ont apportés.

# **MODÉLISATION CFD ET CARACTÉRISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'ÉCOULEMENT ET DU MÉLANGE DANS UN MÉLANGEUR PLANÉTAIRE SANS LAMELLE**

LACROIX, Etienne

## **RÉSUMÉ**

Le mélangeur planétaire sans lamelle (MPSL) est un procédé d'agitation connu depuis les années 70 pour son efficacité à mélanger rapidement et sans contamination les fluides visqueux (ex. : pâtes d'alginate, résine de polymérisation, etc.). Malgré un grand potentiel d'applications, le MPSL demeure un procédé d'agitation encore méconnu au niveau industriel et très peu de littérature est disponible sur sa physique du mélange. Ce constat rend alors difficile l'optimisation du procédé. Ce mémoire décrit le comportement hydrodynamique du MPSL en modélisant la dynamique de l'écoulement et le temps de mélange pour un fluide homogène par la dynamique des fluides numérique (CFD). En partenariat avec la compagnie G-Explore, il a été possible de valider expérimentalement le modèle CFD sur des plates formes de MPSL existantes, entre autres, par la puissance consommée et le temps de mélange. À l'aide du modèle CFD, nous avons déterminé par une étude paramétrique les configurations et les régimes d'opération qui offrent, pour un critère de qualité donné du mélange, le temps de mélange le plus court et/ou le coût le plus bas.

Mots clés : mélangeur planétaire, hydrodynamique, étude paramétrique, temps de mélange, écoulement, méthodes expérimentales, CFD, fluide newtonien.

# **CFD MODELLING AND CHARACTERIZATION OF THE FLOW AND MIXING TIME IN A BLADE FREE PLANERAY MIXER**

LACROIX, Etienne

## **ABSTRACT**

The blade free planetary mixer is a mixing process known since the 70's for its effectiveness in mixing quickly and without contamination viscous fluids (e.g.: alginate pastes, resins for polymerization's operations). Despite a great potential of applications, the blade free planetary mixer still unknown at the industry level and only few studies is available on its physical mechanism. Therefore, its optimization tends to be difficult. This thesis describes the hydrodynamic behaviour inside the blade free planetary mixer by modeling the flow and the mixing time for a homogeneous fluid by using computational fluid dynamics (CFD). In collaboration with the company G-Explore, it was possible to validate experimentally our CFD model on real mixer platforms with, among other, power and mixing time data. Moreover, we determined by a parametric study the configurations and the operating conditions that offer the lowest mixing time and/or the lowest cost for a specific mixing quality criterion.

**Keywords :** Planetary mixer, hydrodynamics, parametric study, mixing time, flow, experimental method, CFD, Newtonian fluid.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 MISE EN CONTEXTE .....	4
1.1 Introduction .....	4
1.2 Revue de littérature .....	4
1.2.1 Puissance d'agitation.....	4
1.2.2 Temps de mélange.....	10
1.2.3 État de l'art sur le mélangeur planétaire sans lamelle.....	15
1.3 Mélangeur planétaire sans lamelle à l'étude .....	23
1.3.1 Présentation générale.....	23
1.3.2 Description paramétrique .....	26
1.4 Objectifs du mémoire .....	34
CHAPITRE 2 MÉTHODES ET RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.....	35
2.1 Introduction .....	35
2.2 Spécifications des mélangeurs pour les essais expérimentaux.....	35
2.3 Propriétés du fluide à l'étude .....	38
2.4 Puissance d'agitation.....	40
2.4.1 Méthodes expérimentales.....	40
2.4.2 Résultats expérimentaux .....	42
2.5 Structure spatiale de l'écoulement .....	45
2.5.1 Méthodes expérimentales.....	45
2.5.2 Résultats expérimentaux .....	48
2.6 Temps de mélange.....	50
2.6.1 Méthodes expérimentales.....	50
2.6.2 Résultats expérimentaux .....	55
2.7 Conclusion.....	57
CHAPITRE 3 MODÉLISATION NUMÉRIQUE .....	58
3.1 Introduction .....	58
3.2 Description de la géométrie du domaine.....	58
3.3 Systèmes de coordonnées.....	60
3.4 Définition mathématique du problème.....	63
3.4.1 Hypothèses et simplifications physiques .....	63
3.4.2 Modèle mathématique de la dynamique de l'écoulement.....	64
3.4.3 Modèle mathématique de la dynamique du mélange .....	67
3.5 Méthodes numériques .....	69
3.5.1 Discrétisation du domaine géométrique.....	70
3.5.2 Discrétisation des équations.....	71
3.5.3 Solution des équations.....	71
3.5.4 Ressources de calcul.....	72

3.6	Mesures quantitatives de la caractérisation hydrodynamique.....	73
3.6.1	Puissance d'agitation.....	73
3.6.2	Flux axial.....	75
3.6.3	Intensité d'agitation.....	77
3.6.4	Temps de mélange.....	78
3.6.5	Énergie de mélange .....	80
3.7	Validation des calculs et des modèles .....	80
3.7.1	Validation de la discrétisation spatiale.....	81
3.7.2	Validation du modèle de la dynamique de l'écoulement.....	85
3.7.3	Validation du modèle de la dynamique de mélange .....	95
3.7.4	Effet de la gravité .....	100
3.7.5	Synthèse de la validation.....	101
3.8	Conclusion.....	102
CHAPITRE 4 CARACTÉRISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'ÉCOULEMENT .....		103
4.1	Introduction.....	103
4.2	Étude de la configuration de base .....	104
4.2.1	Description de la configuration.....	104
4.2.2	Caractérisation qualitative de l'écoulement.....	104
4.2.3	Puissance d'agitation.....	109
4.2.4	Flux axial moyen.....	118
4.2.5	Énergie cinétique.....	120
4.2.6	Synthèse sur la configuration de base .....	121
4.3	Influence du ratio de vitesse ( $n$ ) .....	123
4.3.1	Puissance d'agitation.....	123
4.3.2	Flux axial moyen.....	127
4.3.3	Énergie cinétique.....	129
4.3.4	Synthèse sur l'influence du ratio de vitesse .....	132
4.4	Influence du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ).....	133
4.4.1	Puissance d'agitation.....	135
4.4.2	Flux axial.....	137
4.4.3	Énergie cinétique.....	139
4.4.4	Synthèse sur l'influence du rapport de forme du mélangeur .....	141
4.5	Influence de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ ).....	142
4.5.1	Puissance d'agitation.....	143
4.5.2	Flux axial moyen.....	144
4.5.3	Énergie cinétique.....	145
4.5.4	Synthèse sur l'influence de l'inclinaison du contenant.....	146
4.6	Conclusion.....	147
CHAPITRE 5 CARACTÉRISATION DE LA DYNAMIQUE DU MÉLANGE .....		148
5.1	Introduction.....	148
5.2	Étude de la configuration de base .....	149
5.2.1	Temps de mélange.....	150
5.2.2	Énergie de mélange .....	152



5.2.3	Synthèse sur la configuration de base .....	153
5.3	Influence du ratio de vitesse ( $n$ ) .....	154
5.3.1	Temps de mélange.....	155
5.3.2	Énergie de mélange .....	157
5.3.3	Synthèse sur l'influence du ratio de vitesse .....	158
5.4	Influence du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ).....	159
5.4.1	Temps de mélange.....	159
5.4.2	Énergie de mélange .....	161
5.4.3	Synthèse sur l'influence du rapport de forme du mélangeur .....	162
5.5	Influence de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ ).....	163
5.5.1	Temps de mélange.....	163
5.5.2	Énergie de mélange .....	166
5.5.3	Synthèse sur l'influence de l'inclinaison du contenant $\alpha$ .....	167
5.6	Conclusion.....	168
CONCLUSION .....		169
ANNEXE I PROGRAMMATION MATLAB POUR L'ANALYSE DES IMAGES DE LA DÉCOLORATION .....		176
ANNEXE II CRITÈRE DU NOMBRE DE FROUDE ( $Fr$ ) POUR LA SURFACE LIBRE .....		179
ANNEXE III RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES SUR L'INFLUENCE DU RATIO DE VITESSE .....		181
BIBLIOGRAPHIE .....		186

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1 Variables pertinentes à l'étude du MPSL.....	29
Tableau 1.2 Paramètres adimensionnels définissant le MPSL.....	30
Tableau 3.1 Maillages analysés pour la validation de la discrétisation spatiale .....	82
Tableau 3.2 Valeur des paramètres adimensionnels pour la validation du maillage .....	83
Tableau 3.3 Incertitude numérique GCI pour les mesures hydrodynamiques .....	84
Tableau 3.4 Valeurs des Reynolds de maille pour chaque maillage.....	85
Tableau 3.5 Valeurs des paramètres adimensionnels des essais expérimentaux sur la puissance d'agitation .....	88
Tableau 3.6 Comparaison de la puissance d'agitation obtenue numériquement par la dissipation visqueuse et le couple visqueux aux parois .....	89
Tableau 3.7 Valeurs des paramètres adimensionnels pour les essais sur la structure spatiale de l'écoulement à la surface libre .....	91
Tableau 3.8 Paramètres adimensionnels de l'essai expérimental du temps de mélange ....	95
Tableau 3.9 Paramètres adimensionnels pour l'analyse sur l'effet de la gravité. ....	100
Tableau 3.10 Comparaison de résultats numériques pour différentes valeurs du nombre de Froude ( $Fr$ ) .....	101
Tableau 4.1 Paramètres adimensionnels de la configuration de base du MPSL.....	104

## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Puissance d'agitation adimensionnelle en fonction de $Re$ pour les mélangeurs à cuve agitée..... 7
Figure 1.2	Rhéogramme de fluides newtonien et non-newtonien ..... 9
Figure 1.3	Exemple de variation de l'homogénéité en fonction du temps pour la détermination du temps de mélange..... 10
Figure 1.4	Technique de la décoloration appliquée à une cuve agitée pour déterminer le temps de mélange. .... 12
Figure 1.5	Concept du mélangeur planétaire sans lamelle. .... 16
Figure 1.6	Concept de base du broyeur à bille. .... 18
Figure 1.7	Concept de broyeur planétaire à bille proposé par Herzfeld en 1896. .... 18
Figure 1.8	Conception moderne de broyeur planétaire à billes. .... 19
Figure 1.9	Conception moderne de MPSL pour la pâte d'alginate dentaire. .... 20
Figure 1.10	Paramètres caractéristiques du broyeur planétaire à bille. .... 22
Figure 1.11	Configuration du mélangeur planétaire sans lamelle à l'étude. .... 24
Figure 1.12	Système d'entraînement par friction de la rotation du contenant..... 25
Figure 1.13	Mouvement de révolution/rotation inversé (hypocycloïdal) du contenant. .... 25
Figure 1.14	Variables géométriques et d'opération du MPSL ..... 28
Figure 1.15	Signification des paramètres adimensionnels $n$ , $k$ , $F$ et $\alpha$ . .... 33
Figure 2.1	Mélangeur pour essais expérimentaux : modèle G-Mixer 5G. .... 37
Figure 2.2	Mélangeur pour essais expérimentaux : modèle G-Mixer 1600. .... 38
Figure 2.3	Variation de la viscosité du glycérol en fonction de la température. .... 39
Figure 2.4	Exemple d'une variation de la puissance électrique d'un moteur en charge en fonction du temps. .... 41
Figure 2.5	Puissance d'agitation au moteur en fonction de $Re$ pour $F = 1.3$ . .... 44

Figure 2.6	Puissance d'agitation au moteur en fonction de $Re$ pour $F = 1.6$ . ....	44
Figure 2.7	Montage expérimental pour observer la structure spatiale de l'écoulement à la surface libre. ....	46
Figure 2.8	Images expérimentales de la structure spatiale de l'écoulement à la surface libre. ....	49
Figure 2.9	Montage expérimental pour la prise d'images de la décoloration. ....	52
Figure 2.10	Exemple d'images de l'évolution de la décoloration. ....	53
Figure 2.11	Sélection de la zone occupée par le fluide sur l'image de la décoloration. ....	54
Figure 2.12	Comparaison de l'uniformité expérimentale des pixels en fonction du temps pour chaque essai. ....	56
Figure 2.13	Variation de l'uniformité expérimentale moyenne des pixels en fonction du temps. ....	57
Figure 3.1	Modélisation de la surface libre par une surface parallèle au fond. ....	59
Figure 3.2	Géométrie du domaine et nomenclature des frontières. ....	60
Figure 3.3	Repères de coordonnées utilisés pour la modélisation du MPSL. ....	61
Figure 3.4	Variables de modélisation de la dynamique de l'écoulement. ....	65
Figure 3.5	Conditions initiales et aux frontières pour le modèle de la dynamique du mélange. ....	69
Figure 3.6	Exemple de maillage. ....	70
Figure 3.7	Positions des plans horizontaux pour le calcul des flux axiaux. ....	76
Figure 3.8	Transposition de la puissance d'agitation à l'arbre du moteur. ....	87
Figure 3.9	Comparaison des valeurs numériques et expérimentales de la puissance d'agitation au moteur pour $F = 1.3$ . ....	90
Figure 3.10	Comparaison des valeurs numériques et expérimentales de la puissance d'agitation au moteur pour $F = 1.6$ . ....	90
Figure 3.11	Points de départ des particules passives à la surface libre à $Re = 1250$ . ....	92
Figure 3.12	Comparaison qualitative de la structure d'écoulement de particules passives à la surface libre ( $Re = 1000$ ). ....	93

Figure 3.13	Comparaison qualitative de la structure d'écoulement de particules passives à la surface libre ( $Re = 1250$ ). .....	94
Figure 3.14	Profil initial expérimental de la concentration du traceur. ....	96
Figure 3.15	Comparaison de l'uniformité expérimentale et numérique du traceur en fonction du temps. ....	97
Figure 3.16	Comparaison de la décoloration numérique et expérimentale. ....	99
Figure 4.1	Position des plans verticaux $x$ - $y$ et $y$ - $z$ . ....	105
Figure 4.2	Vecteur vitesse sur les plans verticaux $x$ - $z$ et $y$ - $z$ à $Re = 1000$ . (Configuration de base) .....	106
Figure 4.3	Visualisation du mouvement de particules passives à $Re = 1000$ . (Configuration de base) .....	108
Figure 4.4	Vecteurs de la vitesse axiale au plan médian à $Re = 1000$ . (Configuration de base) .....	109
Figure 4.5	Puissance d'agitation en fonction de $Re$ . (Configuration de base) .....	111
Figure 4.6	Puissance d'agitation en fonction de $Re$ - Échelles logarithmiques. (Configuration de base) .....	111
Figure 4.7	Iso-contours du module de vitesse - plans verticaux. (Configuration de base) .....	114
Figure 4.8	Iso-contours du module de vitesse - plans horizontaux. (Configuration de base) .....	115
Figure 4.9	Visualisation des trajectoires de particules passives et de l'iso-surface $V^* = 0.7$ à $Re = 50, 250, 500$ et $1000$ . (Configuration de base) .....	117
Figure 4.10	Flux axial moyen en fonction de $Re$ . (Configuration de base) .....	119
Figure 4.11	Énergie cinétique en fonction de $Re$ . (Configuration de base) .....	121
Figure 4.12	Puissance d'agitation en fonction de $Re$ pour $n = -1, -2, -3$ et $-4$ . ....	125
Figure 4.13	Puissance d'agitation en fonction de $n$ pour $Re = 50, 500$ et $1000$ . ....	125
Figure 4.14	Puissance d'agitation en fonction de $Re$ pour $n = \pm 2$ . ....	126
Figure 4.15	Flux axial moyen en fonction de $Re$ pour $n = -1, -2, -3$ et $-4$ . ....	128
Figure 4.16	Flux axial moyen en fonction de $n$ pour $Re = 50, 500$ et $1000$ . ....	128

Figure 4.17	Flux axial moyen en fonction de $Re$ pour $n = \pm 2$ .	129
Figure 4.18	Énergie cinétique en fonction de $Re$ pour $n = -1, -2, -3$ et $-4$ .	130
Figure 4.19	Énergie cinétique en fonction de $n$ pour $Re = 50, 500$ et $1000$ .	131
Figure 4.20	Énergie cinétique en fonction de $Re$ pour $n = \pm 2$ .	131
Figure 4.21	Distance minimale permise entre le fluide et l'axe de révolution.	134
Figure 4.22	Puissance d'agitation en fonction de $Re$ pour $k = 3, 4$ et $6$ .	136
Figure 4.23	Puissance d'agitation en fonction de $k$ pour $Re = 50, 500$ et $1000$ .	136
Figure 4.24	Flux axial moyen en fonction de $Re$ pour $k = 3, 4$ et $6$ .	138
Figure 4.25	Flux axial moyen en fonction de $k$ pour $Re = 50, 500$ et $1000$ .	138
Figure 4.26	Énergie cinétique en fonction de $Re$ pour $k = 3, 4$ et $6$ .	140
Figure 4.27	Énergie cinétique en fonction de $k$ pour $Re = 50, 500$ et $1000$ .	140
Figure 4.28	Variation de l'angle d'inclinaison $\alpha$ du contenant.	142
Figure 4.29	Puissance d'agitation en fonction de $Re$ pour $\alpha = 0.52$ rad, $0.79$ rad et $1.05$ rad.	143
Figure 4.30	Flux axial moyen en fonction de $Re$ pour $\alpha = 0.52$ rad, $0.79$ rad et $1.05$ rad.	144
Figure 4.31	Énergie cinétique en fonction de $Re$ pour $\alpha = 0.52$ rad, $0.79$ rad et $1.05$ rad.	145
Figure 5.1	Profil initial de la concentration du traceur passif.	149
Figure 5.2	Temps de mélange en fonction de $Re$ . (Configuration de base).	151
Figure 5.3	Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de $Re$ . (Configuration de base).	151
Figure 5.4	Énergie de mélange en fonction de $Re$ . (Configuration de base).	153
Figure 5.5	Temps de mélange en fonction de $n$ pour $Re = 500$ .	156
Figure 5.6	Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de $n$ pour $Re = 500$ .	156
Figure 5.7	Énergie de mélange en fonction de $n$ pour $Re = 500$ .	157

Figure 5.8	Temps de mélange en fonction de $k$ pour $Re = 500$ . ....	160
Figure 5.9	Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de $n$ pour $Re = 500$ . ....	160
Figure 5.10	Énergie de mélange en fonction de $k$ pour $Re = 500$ . ....	161
Figure 5.11	Temps de mélange en fonction de $Re$ pour $\alpha = 0.52$ rad, $0.79$ rad et $1.05$ rad. ....	164
Figure 5.12	Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de $Re$ pour $\alpha = 0.52$ rad ( $30^\circ$ ). ....	165
Figure 5.13	Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de $Re$ pour $\alpha = 1.05$ rad ( $60^\circ$ ). ....	165
Figure 5.14	Énergie de mélange en fonction de $Re$ pour $\alpha = 0.52$ rad, $0.79$ rad et $1.05$ rad. ....	166

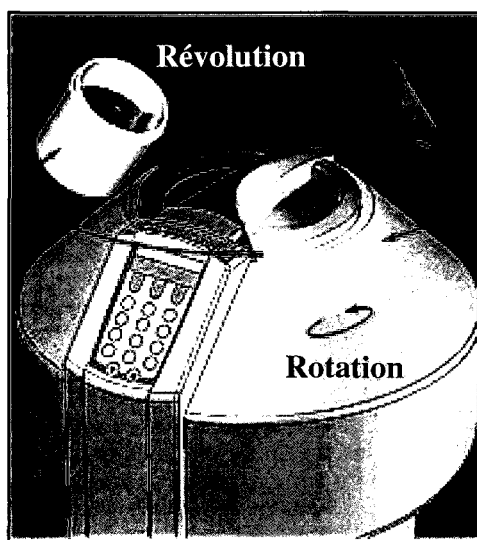
## INTRODUCTION

Le mélange est probablement l'une des opérations unitaires les plus répandues industriellement, et ce, dans plusieurs domaines d'applications : chimique, alimentaire, pharmaceutique, pâtes et papier, etc. Il joue donc un rôle important dans la fabrication d'une grande majorité des produits qui nous entourent (ex. : l'essence, les crèmes, les savons, les médicaments, la nourriture, etc.) L'action de « mélanger » se définit par la réduction de l'inhomogénéité d'une ou plusieurs quantités physiques ayant la nature d'une concentration, d'une phase ou d'une température. La qualité d'un mélange correspond à l'uniformité de la dispersion spatiale de la (les) quantité(s) physique(s) dans un volume donné ainsi qu'au contrôle de caractéristiques souvent jugées critiques telles que des réactions chimiques ou des propriétés physiques.

Bien que le mélange soit une opération largement répandue, le choix d'un procédé d'agitation et de ses paramètres d'opérations optimaux requiert souvent des connaissances fondamentales et spécifiques de la physique du mélange. En Amérique du Nord seulement, il a été évalué qu'entre 1 et 10 milliards de dollars par an étaient perdus en raison de problèmes liés aux opérations de mélange (Alvarez, 2000). Ces énormes pertes démontrent l'impact d'un manque de connaissances en physique du mélange et l'importance de continuer la recherche et le transfert technologique vers l'industrie dans ce domaine. À cet effet, on remarque que pour les procédés de mélanges les plus répandus, comme c'est le cas des mélangeurs à cuves agitées, la littérature scientifique aborde le sujet avec beaucoup de profondeur par une très grande quantité d'études analytiques et expérimentales (Fradette *et al.*, 2007; Iranshahi *et al.*, 2007; Lamberto *et al.*, 1999). Toutefois, pour des technologies de mélange plus récentes et moins répandues, il est fréquent de n'avoir accès qu'à très peu de littérature, entre autres pour des raisons concurrentielles.



La compagnie G-Explore, partenaire industriel dans ce projet de recherche, a fait face à cette problématique en 2006 lorsqu'elle a voulu concevoir et optimiser une nouvelle plate-forme de mélangeur planétaire sans lamelle, que nous noterons MPSL dans la suite de ce travail. Ce procédé agite un ou plusieurs contenants selon une rotation planétaire et utilise les champs d'accélération induits par ce mouvement pour mélanger le produit (Figure 1). Bien que la technologie du MPSL soit commercialisée depuis les années 70 et possède une vaste gamme d'applications possible, elle demeure encore méconnue dans le milieu industriel et très peu d'études ont été publiées à son sujet jusqu'à présent.



**Figure 1 Concept du mélangeur planétaire sans lamelle.**

Adaptée de G-Explore (2009)

Le peu d'information disponible sur la physique du MPSL a donc limité G-Explore dans son processus d'optimisation du procédé qui par conséquent, s'effectue de façon empirique. Face à ce constat, ce projet de recherche a pour objectif de fournir à G-Explore une meilleure compréhension du MPSL en proposant une étude paramétrique sur la caractérisation de son comportement hydrodynamique.

Ce mémoire propose de décrire le comportement hydrodynamique du MPSL en modélisant la dynamique de l'écoulement et du mélange par la dynamique des fluides numérique (CFD). Les objectifs spécifiques sont d'abord de valider expérimentalement un modèle CFD sur des plates formes de MPSL existantes. Ensuite, effectuer une étude paramétrique visant à connaître les configurations et les régimes d'opération du mélangeur qui offrent, pour une qualité de mélange donnée, le temps de mélange le plus court et/ou le coût le plus bas. Les recommandations de cette recherche offriront à G-Explore des outils supplémentaires de conception leur permettant d'effectuer une meilleure optimisation du MPSL.

# **CHAPITRE 1**

## **MISE EN CONTEXTE**

### **1.1 Introduction**

Le chapitre 1 effectue une mise en contexte de la problématique de ce projet de recherche. En premier lieu, une revue de littérature décrit les deux principales quantités de caractérisation des procédés de mélange de même que l'état de l'art sur le MPSL. En deuxième lieu, la présentation du MPSL étudié dans ce travail et sa description paramétrique sera abordée pour ensuite conclure avec les objectifs du présent mémoire

### **1.2 Revue de littérature**

En référence à divers travaux de recherche effectués sur les procédés de mélange à cuve agitée (Ascanio *et al.*, 2003; Foucault *et al.*, 2005; Fradette *et al.*, 2007; Iranshahi *et al.*, 2007), le comportement hydrodynamique d'un mélangeur se caractérise principalement en terme de sa puissance consommée et du temps de mélange. La revue de littérature se consacre d'abord à décrire plus en détail ces deux quantités pour ensuite introduire la technologie du MPSL en présentant son principe général de fonctionnement, son origine ainsi que les travaux qui ont été menés à son sujet jusqu'à présent.

#### **1.2.1 Puissance d'agitation**

La puissance consommée d'un mélangeur correspond à l'énergie par unité de temps qu'il requiert pour son fonctionnement. De cette puissance, une certaine portion est requise pour vaincre les pertes mécaniques du système tandis que l'autre portion, est transmise au fluide. Cette dernière, définie comme la puissance d'agitation, est l'une des principales quantités utilisées pour caractériser la dynamique de l'écoulement et évaluer l'impact économique de

différentes configurations d'un mélangeur (Fradette *et al.*, 2007). Il est d'usage dans l'étude des procédés de mélange de représenter la puissance d'agitation ( $P$ ) par le nombre de puissance  $N_p$  défini par la relation

$$N_p = \frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot L^5} \quad (1.1)$$

où  $\rho$ ,  $N$  et  $L$  sont respectivement la masse volumique moyenne ou apparente du fluide agité ( $\text{kg/m}^3$ ), la vitesse angulaire ( $\text{rad/s}$ ) et la longueur (m) caractéristique du mélangeur (Alliet-Gaubert *et al.*, 2006). Par l'analyse dimensionnelle, il est possible d'établir le lien entre  $N_p$  et les caractéristiques géométriques et d'opération du système d'agitation. Pour les variables les plus souvent rencontrées dans le mélange de liquide, l'analyse dimensionnelle aboutit à l'équation

$$N_p = B(Re)^x (Fr)^y (\text{Rapports}_{\text{géométriques}})^{z_i} \quad (1.2)$$

où  $x$ ,  $y$ ,  $z_i$  sont les exposants de chaque terme (Fradette *et al.*, 2007). Le terme  $B$  est une constante de proportionnalité. Le premier groupe sans dimension est le nombre de Reynolds ( $Re$ ) qui représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses tel que défini par

$$Re = \frac{\rho \cdot N \cdot L^2}{\mu} \quad (1.3)$$

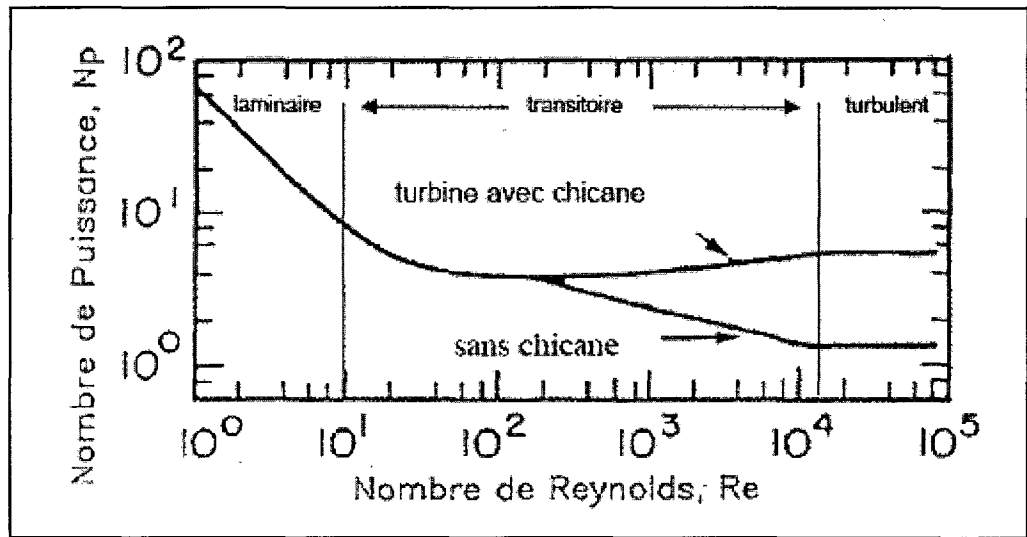
où  $\mu$  est la viscosité dynamique (Pa-s) moyenne ou apparente du produit agité. Le second groupe est le nombre de Froude ( $Fr$ ) qui signifie le rapport entre les forces d'inertie et de gravité selon l'équation

$$Fr = \frac{N \cdot L}{\sqrt{g \cdot L}} \quad (1.4)$$

où  $g$  ( $\text{m/s}^2$ ) est l'accélération gravitationnelle. Le dernier terme représente un nombre  $i$  de rapports nécessaires à définir la géométrie du système. Dans le cas où la configuration géométrique du système d'agitation demeure inchangée et que l'on ne considère pas l'effet de la gravité, l'équation (1.2) devient

$$N_p = B(Re)^x \quad (1.5)$$

L'équation (1.5) nous indique que la puissance d'agitation adimensionnelle peut être proportionnelle au  $Re$  élevé à une certaine puissance. L'exposant  $x$  et la constante de proportionnalité  $B$  sont déterminés à partir d'essais expérimentaux ou d'analyses numériques du système d'agitation étudié. La Figure 1.1 illustre un exemple d'une courbe typique de  $N_p$  en fonction de  $Re$  pour un mélangeur à cuve agitée. Cette courbe montre la variation de la puissance pour trois régimes d'écoulement : laminaire ( $Re < 10$ ), transitoire ( $10 < Re < Re_c$ ) et turbulent ( $Re > Re_c$ ) où le nombre de Reynolds critique ( $Re_c$ ) dépend du type d'agitateur utilisé. Pour le cas particulier des mélangeurs à cuves agités,  $N_p$  varie proportionnellement à  $Re^{-1}$  en régime laminaire et devient constant une fois le régime turbulent atteint. Dans ce travail, nous examinerons également comment varie  $N_p$  en fonction du  $Re$  dans le cas du MPSL que nous comparerons avec cet exemple précédent.



**Figure 1.1 Puissance d'agitation adimensionnelle en fonction de  $Re$  pour les mélangeurs à cuve agitée.**

Tirée de Thomé (2006, p. 18)

Au niveau expérimental, la puissance d'agitation peut être estimée entre autres à partir de la mesure de la puissance électrique consommée par le moteur si le rendement de ce dernier et les pertes mécaniques du système sont connus (Paul *et al.*, 2004). Puisque ces dernières sont difficiles à estimer, il est souvent nécessaire de procéder par mesures différées de la puissance électrique, c'est-à-dire de soustraire la puissance consommée par le moteur lorsque le mélangeur fonctionne à vide, sans le fluide, à celle lorsqu'il effectue le mélange (Cabaret *et al.*, 2007a). Bien que l'essai en charge puisse apporter des pertes en friction supplémentaires dues à l'augmentation des efforts mécaniques, cette méthode permet d'estimer plus facilement la puissance transmise au fluide par le mélangeur sans avoir à quantifier précisément ses pertes mécaniques.

Au niveau des méthodes numériques, l'analyse d'un procédé de mélange est faite à partir de la solution numérique des modèles mathématiques décrivant la dynamique des fluides, communément appelée CFD pour *Computational Fluid Dynamics*. Par cette méthode, il est possible d'obtenir l'information complète sur le champ de vitesse du fluide en agitation à l'intérieur du mélangeur. À partir de cette information et en sachant qu'un fluide à l'équilibre doit dissiper toute énergie qui lui a été fournie par le mélangeur, la puissance d'agitation peut être déterminée, entre autres, par intégration de la dissipation visqueuse ( $\Phi$ ) sur tout le volume ( $V$ ) de fluide

$$P = \int_V (\mu \cdot \Phi) dV \quad (1.6)$$

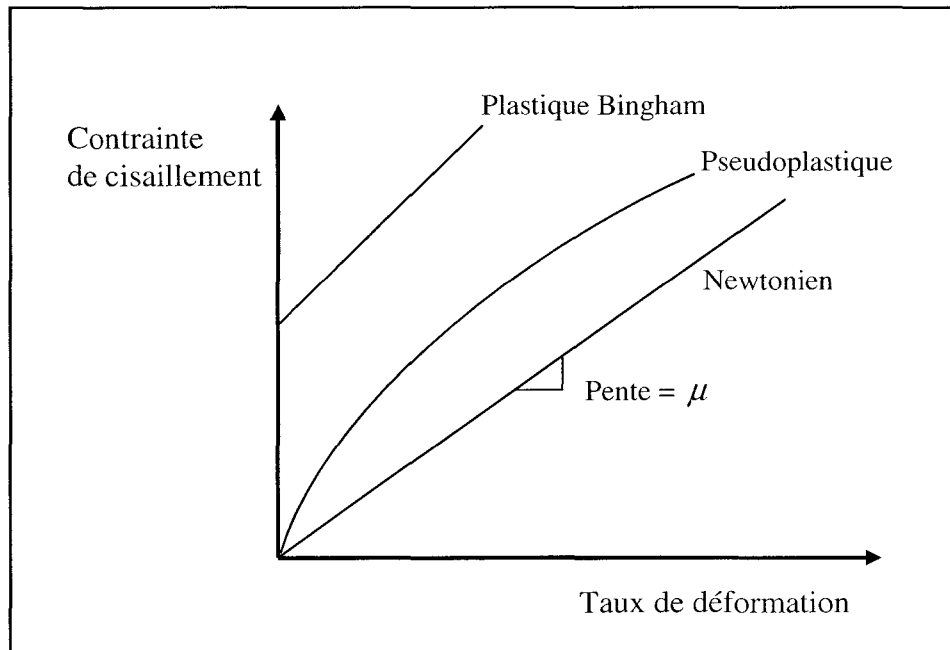
où  $\mu$  est la viscosité dynamique moyenne (Pa-s) des composantes du mélange. Par exemple, pour un écoulement tridimensionnel d'un fluide newtonien incompressible, la fonction de dissipation ( $\Phi$ ) est définie telle que

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right]^2 \quad (1.7)$$

où  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$  sont les trois composantes du vecteur vitesse (Panton, 2005). Un fluide newtonien, par opposition à non-newtonien, est un fluide pour lequel le taux de cisaillement ( $\dot{\gamma}$ ) et la contrainte de cisaillement ( $\tau$ ) sont reliés par une loi linéaire du type

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (1.8)$$

où  $\mu$ , la viscosité, représente le taux de proportionnalité et la pente de la droite obtenue en traçant le rhéogramme (Figure 1.2). Un rhéogramme est une courbe qui traduit graphiquement l'équation rhéologie d'état du fluide qui relie la contrainte de cisaillement au taux de cisaillement. Les fluides homogènes pour lesquels la dissipation d'énergie est due aux collisions d'espèces moléculaires relativement petites ont un comportement newtonien (ex. : eau, huile, gaz, glycérol, solutions de glucose) (Çengel *et al.*, 2006; Foucault, 2004). La Figure 1.2 montre également deux types de comportement rhéologique non-newtonien, soit le plastique Bingham et le pseudoplastique. Le premier possède une contrainte de cisaillement non nulle pour une valeur nulle de taux de déformation (ex. : ketchup) et le deuxième, la contrainte de cisaillement varie non linéairement avec le taux de déformation. Pour ce dernier, la viscosité apparente du fluide diminue avec l'augmentation du taux de déformation (ex. : peinture).

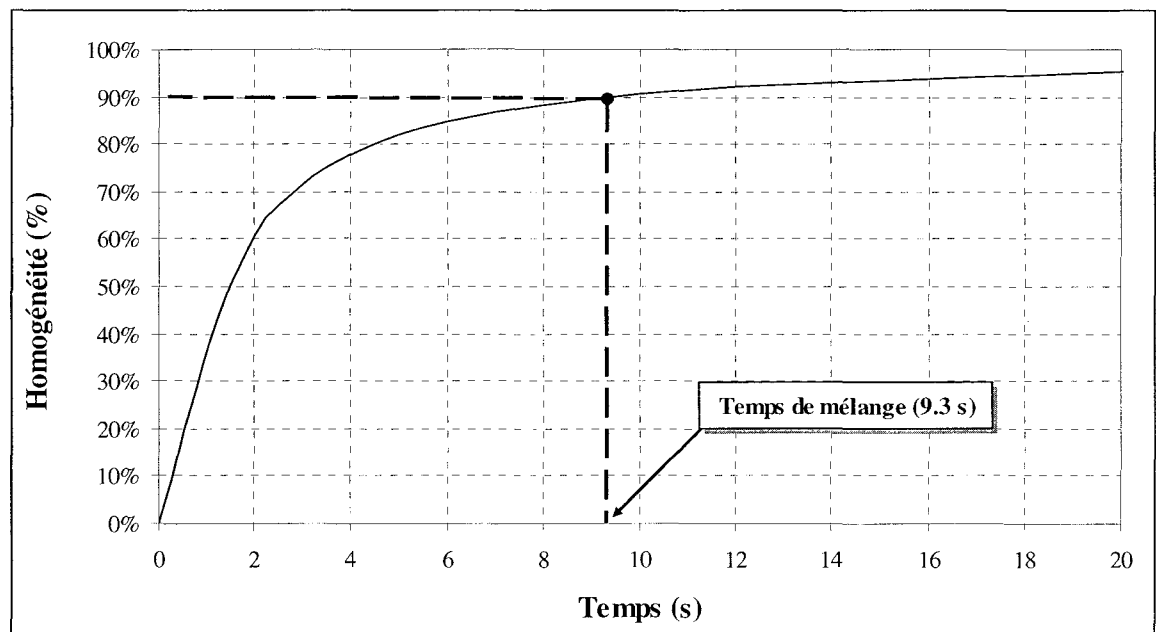


**Figure 1.2 Rhéogramme de fluides newtonien et non-newtonien**



### 1.2.2 Temps de mélange

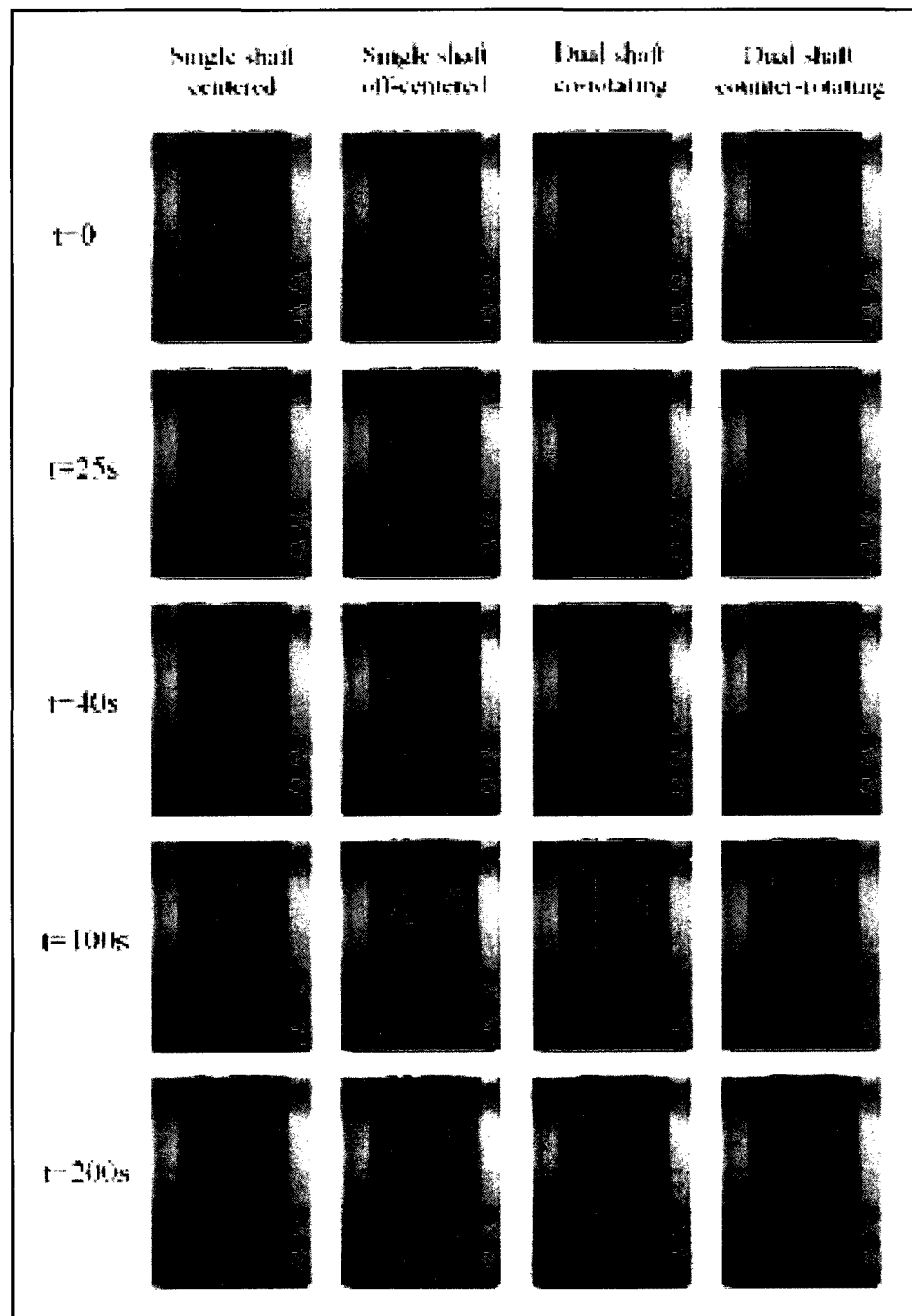
Un autre paramètre important pour caractériser le comportement hydrodynamique d'un mélangeur est le temps de mélange. Il est défini comme le temps requis pour atteindre un degré d'homogénéité (ex. : 90%) d'une quantité physique (ex. : Température, concentration massique, etc.) au sein du volume de fluide agité à partir d'un état initial (Figure 1.3).



**Figure 1.3 Exemple de variation de l'homogénéité en fonction du temps pour la détermination du temps de mélange.**

L'homogénéité peut se caractériser, entre autres, par un indice d'uniformité  $U$  calculé à partir de données sur la concentration d'un traceur miscible injecté au fluide. Ces données peuvent provenir d'essais expérimentaux ou de modèles numériques CFD pour lesquelles correspondent différentes définitions d'indices d'uniformité. Examinons d'abord l'une des principales méthodes expérimentales pour la détermination du temps de mélange avant de poursuivre avec une méthodologie utilisée en CFD.

La technique de la décoloration est l'une des méthodes expérimentales les plus utilisées pour déterminer les temps de mélange. Cette technique, qui a été utilisée pour la première fois par Fox et Gex (1956), est basée sur le changement de couleur (décoloration) d'un indicateur coloré préalablement mélangé à un fluide homogène et translucide. Cet indicateur varie d'une couleur à une autre (Ex. : du mauve au jaune) en fonction du pH du milieu auquel il est se trouve. Pour un milieu initialement basique (couleur mauve), l'injection d'un traceur acidifié au début du mélange fait changer graduellement le pH du milieu et par le fait même sa couleur (du mauve au jaune) aux endroits où le traceur s'est dispersé. Le temps de mélange correspond au temps où l'on observe une uniformité complète de la couleur du volume du fluide, c'est-à-dire lorsque le traceur s'est homogénéisé dans l'ensemble du contenant. La Figure 1.4 illustre un exemple de la technique de la décoloration appliquée à une cuve agitée. On remarque à différents instants la progression du changement de couleur après l'injection du traceur acidifié.



**Figure 1.4** Technique de la décoloration appliquée à une cuve agitée pour déterminer le temps de mélange.

Tirée de Cabaret *et al.* (2007a, p. 586)

Jusqu'à tout récemment, la détermination d'un temps de mélange avec la technique de la décoloration était basée uniquement sur l'observation visuelle du changement de couleur au travers d'un contenant transparent. Cela conférait à cette technique un caractère relativement subjectif et une faible reproductibilité des résultats. Il y a quelques années, Cabaret *et al.* (2007b) ont développé une méthode qui permet dorénavant de quantifier le changement de couleur en analysant numériquement les pixels d'images prises au cours de la décoloration. Le traitement numérique des images permet d'établir pour chacune d'elles leur nombre de pixels dits « mélangés », c'est-à-dire qui ont passé de la couleur initiale à la couleur finale de l'indicateur. De là, connaissant le nombre de pixels total pour chaque image, l'indice d'uniformité  $U_{pixel}$  borné entre 0 et 1, où 1 indique l'uniformité parfaite, est calculé par le ratio

$$U_{pixel} = \frac{Nb_{pixels\_mélangés}}{Nb_{pixels\_total}}. \quad (1.9)$$

En sachant à quel moment les images ont été prises depuis l'instant où le traceur a été injecté, le temps de mélange correspond au temps où l'indice d'uniformité  $U_{pixel}$  atteint une valeur jugée comme satisfaisante (ex. : 0.98).

L'une des méthodologies numériques CFD utilisées pour la détermination de temps de mélange est basée sur la combinaison du calcul du champ de vitesse d'un fluide homogène et du transport-diffusion d'un traceur passif miscible (Marshall *et al.*, 2002). Cette méthode intègre dans le temps la concentration volumique (ou massique) du traceur en tout point du domaine géométrique de fluide à partir d'un état initial. Ensuite, des indices d'uniformité sont employés pour juger de la qualité d'homogénéisation.

L'un d'entre eux correspond au ratio entre les concentrations massiques minimum  $c_{\min}$  et maximum  $c_{\max}$  du traceur observées dans tout le domaine (Bakker, 2006)

$$U_{\min/\max} = \frac{c_{\min}}{c_{\max}}. \quad (1.10)$$

Cet indice, qui est borné entre 0 et 1, est une mesure assez sévère de l'uniformité. En effet, si un seul endroit dans le contenant demeure exempt du traceur sur une longue période de temps, c'est-à-dire que  $c_{\min} = 0$ , l'indice d'uniformité conservera une valeur nulle durant cette période. Celui-ci n'est donc pas représentatif de l'uniformité moyenne atteinte dans l'ensemble du contenant. C'est pourquoi il est souvent plus pratique d'utiliser un indice d'uniformité global tel que celui basé sur le coefficient de variation (CV) de la concentration volumique du traceur (Bakker, 2006)

$$U_{CV} = 1 - CV. \quad (1.11)$$

Le coefficient de variation, qui indique le niveau de dispersion du traceur dans le domaine, est défini par

$$CV = \frac{\sigma_c}{\bar{c}} \quad (1.12)$$

où  $\sigma_c$  et  $\bar{c}$  sont respectivement l'écart type spatial et la moyenne de la concentration volumique du traceur dans tout le domaine. La concentration moyenne correspond au ratio

$$\bar{c} = \frac{V_{traceur}}{V_{total}} \quad (1.13)$$

où  $V_{traceur}$  est le volume total de traceur dans le domaine et  $V_{total}$  est le volume du domaine. L'écart type de la concentration est déterminé par

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{V_{tot}} \int (c - \bar{c})^2 dV} \quad (1.14)$$

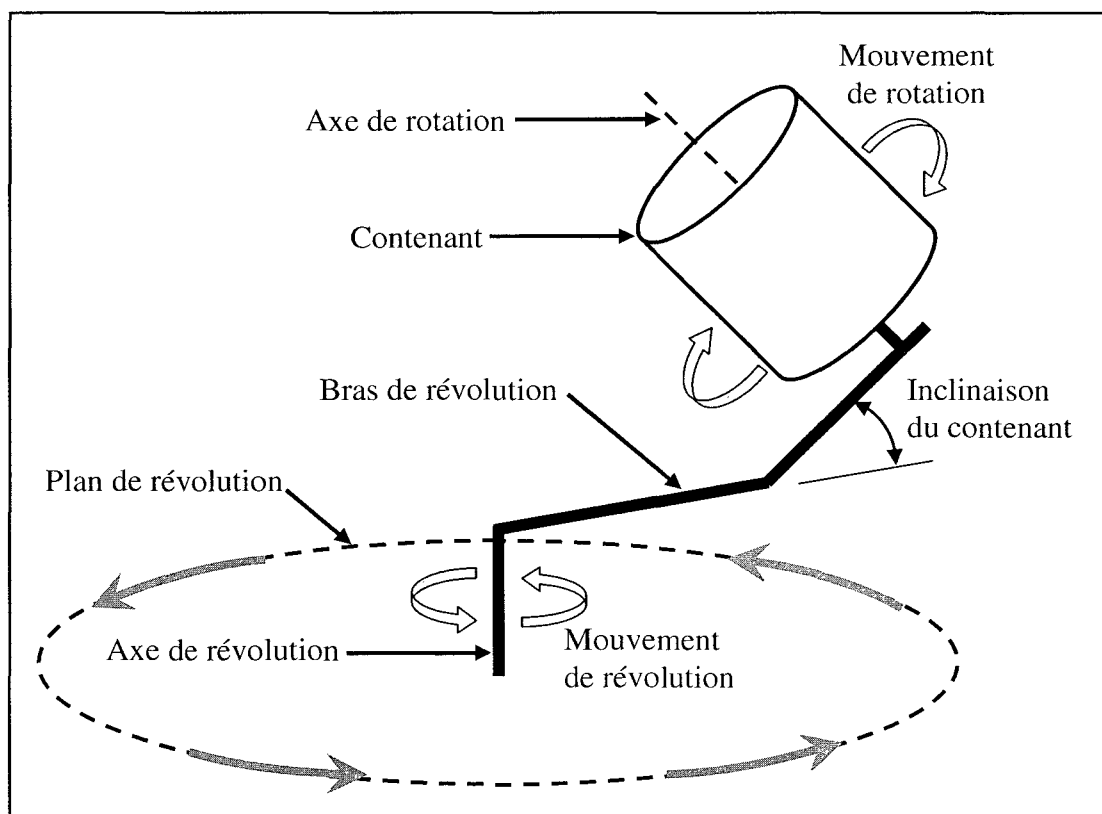
où  $c$  est la concentration volumique du traceur dans un certain volume du domaine. Le temps de mélange ( $N_{t_m}$ ) correspond au temps où l'indice d'uniformité  $U_{CV}$  atteint une valeur cible, par exemple 0.90 ou 0.95.

Contrairement à l'indice d'uniformité  $U_{min/max}$ , celui basé sur coefficient de variation ( $U_{CV}$ ) n'est pas borné entre 0 et 1, mais plutôt entre une valeur négative et 1 qui indique une uniformité parfaite, soit une valeur nulle du coefficient de variation.

### 1.2.3 État de l'art sur le mélangeur planétaire sans lamelle

Le MPSL est un système d'agitation qui se classe parmi les procédés de mélange du type « en lot » (par opposition à « en continu »), c'est-à-dire qu'il a la capacité de mélanger qu'une quantité finie de produits à la fois. Contrairement au mélangeur planétaire classique, qui utilise des agitateurs mécaniques en mouvement dans un contenant, le MPSL ne nécessite aucun agitateur mécanique ou de lamelle en contact avec le produit. En fait, le concept consiste à donner le mouvement au contenant lui-même sous la forme d'une rotation planétaire telle qu'illustrée à la Figure 1.5. De façon similaire au mouvement de la Terre

autour du soleil, le contenant effectue une rotation sur lui-même simultanément à une révolution autour d'un axe central (axe de révolution). Le bras de révolution, qui soutient le contenant, est conçu de sorte à incliner l'axe de rotation. L'agitation du produit s'effectue grâce aux champs d'accélération induits par le mouvement planétaire du contenant, soit des champs d'accélération centrifuges et de Coriolis (Kheifets *et al.*, 1996a).



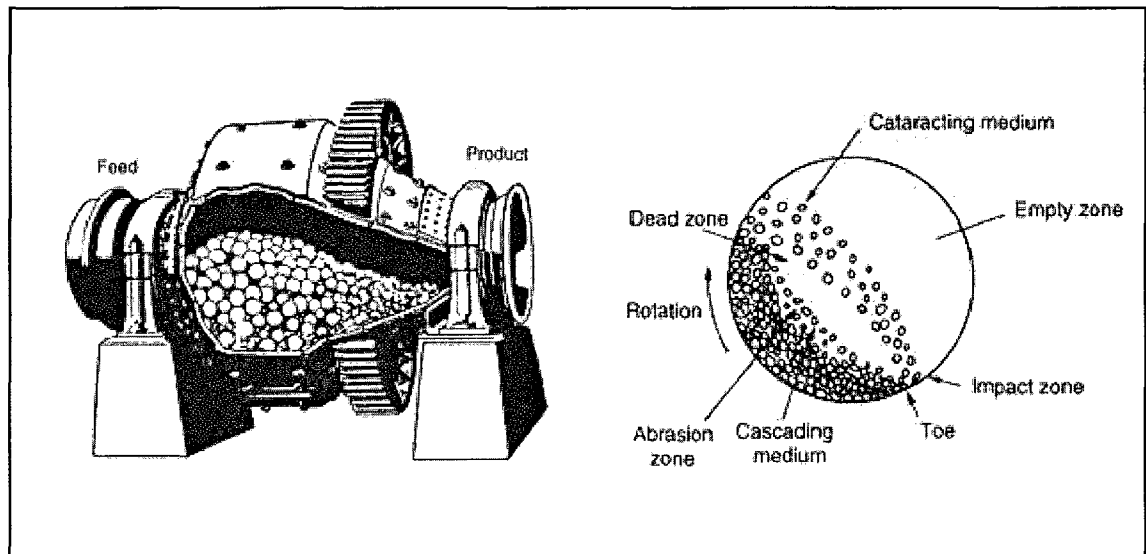
**Figure 1.5 Concept du mélangeur planétaire sans lamelle.**

L'un des principaux avantages du MPSL face aux mélangeurs traditionnels à cuve agitée est de minimiser les temps de nettoyage et les risques de contamination liés à l'utilisation d'agitateurs mécaniques. En effet, en utilisant uniquement des champs d'accélération pour générer l'agitation, il n'est plus nécessaire de nettoyer des accessoires puisque seul un contenant amovible a été en contact avec le produit. De plus, il offre également l'avantage de pouvoir mélanger de façon sécuritaire des substances nocives ou sensibles à l'environnement

extérieur (ex. : l'humidité) à l'intérieur d'un contenant hermétique. La littérature réfère à A. Herzfeld (Borovkov, 2004; Kheifets et Lin, 1996a) comme le premier à introduire le principe de donner le mouvement planétaire à un contenant dans un brevet daté de 1896 (Herzfeld, 1896). À ce moment, l'objectif n'était pas d'effectuer des opérations de mélange, mais plutôt d'améliorer les performances du broyeur à bille. Avant les améliorations de Herzfeld, ce procédé utilisait la gravité pour faire culbuter des billes d'acier et du minerai à l'intérieur d'un cylindre en rotation. Par ce principe, le broyage s'effectue par l'impact et l'abrasion que génère le mouvement relatif des billes par rapport au minerai (Figure 1.6).

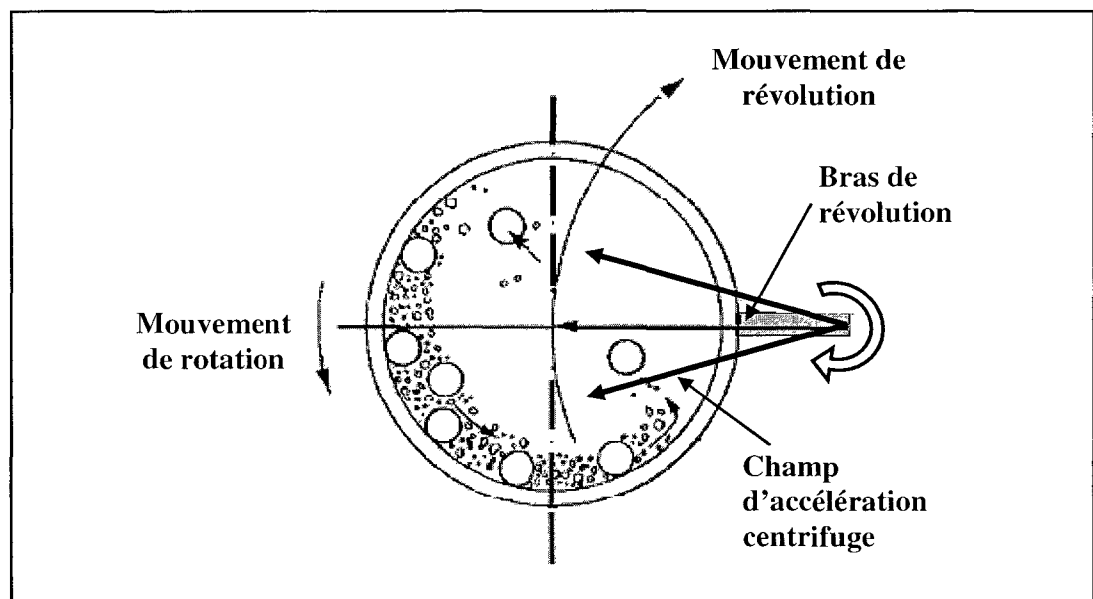
Pour améliorer les performances du concept initial, Herzfeld proposa par son brevet de disposer le cylindre à la verticale et de combiner sa rotation à un mouvement de révolution en le faisant tourner à l'extrémité d'un bras en rotation (Figure 1.7). De cette manière, l'accélération gravitationnelle est en quelque sorte substituée par une « gravité artificielle » correspondant à un champ d'accélération centrifuge. L'intensité de ce dernier, qui dépend de la distance radiale du cylindre et de la vitesse angulaire de révolution, peut atteindre de 20 à 400 fois l'accélération gravitationnelle permettant ainsi d'augmenter l'intensité d'impact et un broyage plus rapide (El-Eskandarany, 2001). Un exemple de conception moderne de mélangeur planétaire à billes de petite taille (contenant de 0.5  $\ell$ ) est montré à la Figure 1.8. Ce procédé de broyage, qui est connu aujourd'hui sous le nom de broyeur planétaire à billes (« Planetary Ball Mill »), est à l'origine du MPSL. Les deux procédés utilisent le même principe de mouvement planétaire donné à un contenant à la seule différence que dans celui pour le broyage, le contenant est généralement en position verticale tandis que dans celui pour le mélange, l'axe de rotation des contenants est incliné (généralement à 45°) tel que montré précédemment (Figure 1.5).





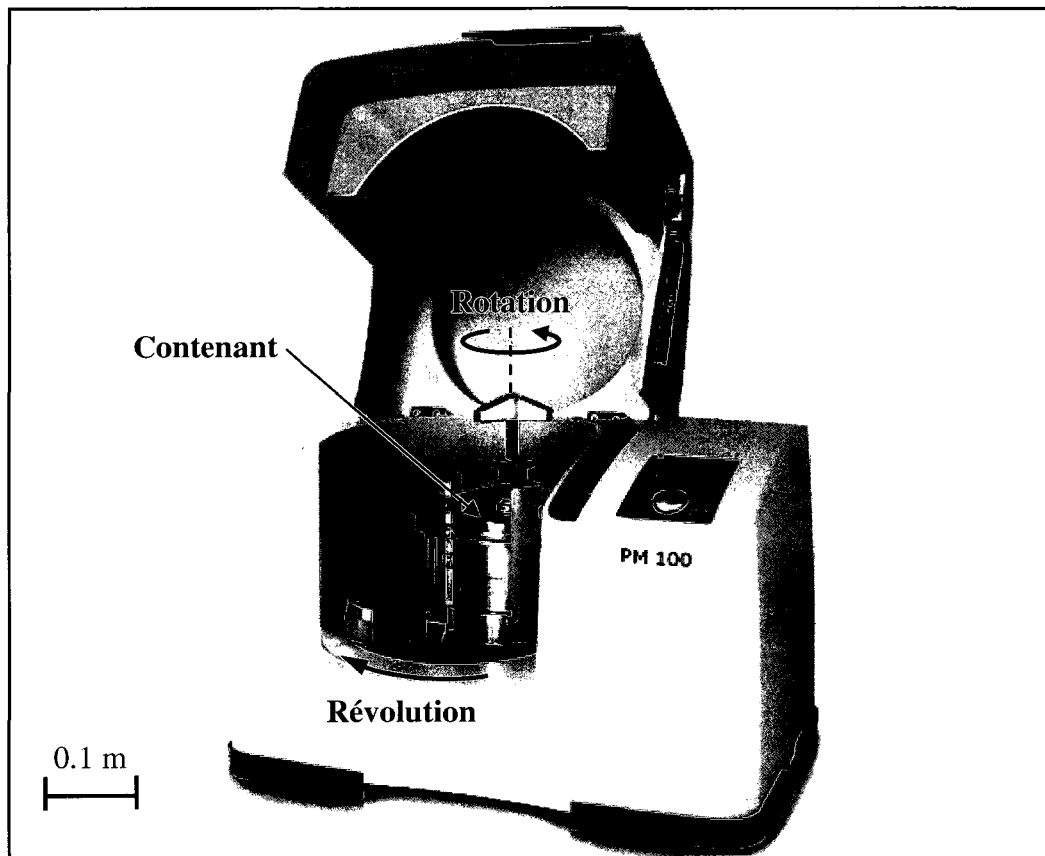
**Figure 1.6 Concept de base du broyeur à bille.**

Tirée de Wills (2006)



**Figure 1.7 Concept de broyeur planétaire à bille proposé par Herzfeld en 1896.**

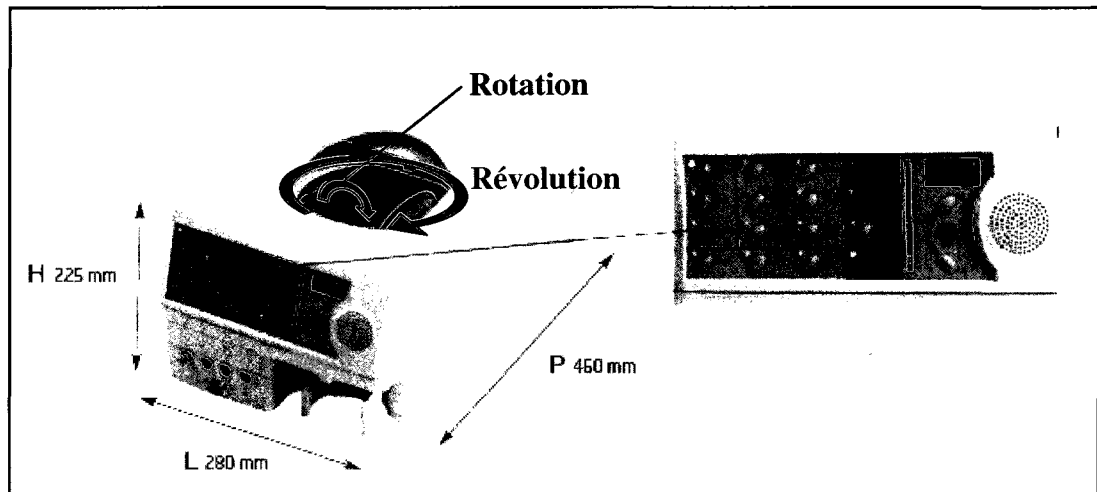
Adaptée de El-Eskandarany (2001, p. 8)



**Figure 1.8 Conception moderne de broyeur planétaire à billes.**

Adaptée de Retsch (2009)

Bien que le principe de donner un mouvement planétaire à un contenant soit apparu il y a plus d'un siècle, ce n'est que dans les années 70 qu'il a été connu comme une méthode efficace et rapide pour le mélange de produits visqueux (Massing *et al.*, 2008). La première application commerciale de la technologie fut un mélangeur pour la pâte d'alginate (« Alginate mixer ») utilisée par les dentistes pour la prise d'empreinte dentaire (Evjen, 2007; Frey *et al.*, 2005). La Figure 1.9 montre un exemple de conception moderne de MPSL pour la pâte d'alginate dentaire.



**Figure 1.9 Conception moderne de MPSL pour la pâte d'alginate dentaire.**

Adaptée de Gmix (2009)

À la base, et parfois encore aujourd'hui, la préparation de la pâte d'alginate s'effectuait manuellement et occasionnait une variabilité de la qualité du mélange de même que la présence de bulle d'air dans le produit. Or, il a été démontré, en comparaison avec la méthode manuelle, que l'utilisation du MPSL pour le mélange de la pâte d'alginate permettait une amélioration des propriétés rhéologiques finales du produit, d'assurer une meilleure reproductibilité ainsi que de diminuer grandement le temps de brassage requis et la quantité de bulles d'air introduites dans les mélanges (Inoue *et al.*, 2002).

Outre la pâte d'alginate, la préparation de pâte de céramique (« ceramic slurry ») a été étudiée dernièrement comme nouvelle application du MPSL. Les travaux d'Adachi *et al.* (2004) et de Fukuoka *et al.* (2002) rapportent que la préparation de pâtes de céramique est beaucoup plus rapide avec le MPSL qu'avec les procédés standard tels que les méthodes par ultrasons ou électrostatiques. À cet effet, Adachi *et al.* (2004) ont observé qu'une trop grande vitesse de révolution du contenant par rapport sa vitesse de rotation augmentait trop rapidement la température de la pâte et créait un film à sa surface. Ainsi, en testant différents rapports entre les vitesses de rotation et révolution, ils ont conclu qu'il est nécessaire de balancer correctement la vitesse de rotation du contenant avec la vitesse de révolution et le

temps d'opération pour obtenir une bonne homogénéité sans augmenter trop rapidement la température du produit.

Encore plus récemment, Massing *et al.* (2008) ont étudié la possibilité d'utiliser le mélangeur planétaire sans lamelle pour la préparation de liposomes. Les liposomes sont des vésicules constituées d'un volume interne aqueux entouré d'une membrane lipidique. Ils se forment spontanément quand des lipides sont dispersés dans un milieu aqueux (Garti, 2008). Il a été montré que non seulement le MPSL s'avérait une technique très efficace pour cette application, mais également que le temps de mélange et la vitesse d'opération avaient une influence sur la taille moyenne finale des particules de liposomes.

Tel que le démontrent ces quelques travaux, le peu de recherches publiées jusqu'à présent sur le MPSL portent principalement sur les possibilités d'applications de la technologie sans porter un regard particulier sur la compréhension physique du procédé. Contrairement au MPSL, le procédé de broyeur planétaire à billes a fait l'objet de travaux beaucoup plus approfondis depuis les soixante dernières années concernant entre autres la cinématique de l'agitation de la matière (Abdellaoui *et al.*, 1994; Inoue *et al.*, 1996; Vaitekhovich *et al.*, 2005), l'efficacité énergétique (Kheifets *et al.*, 1996b) et les choix optimaux des paramètres d'opération (Mio *et al.*, 2002; , 2004).

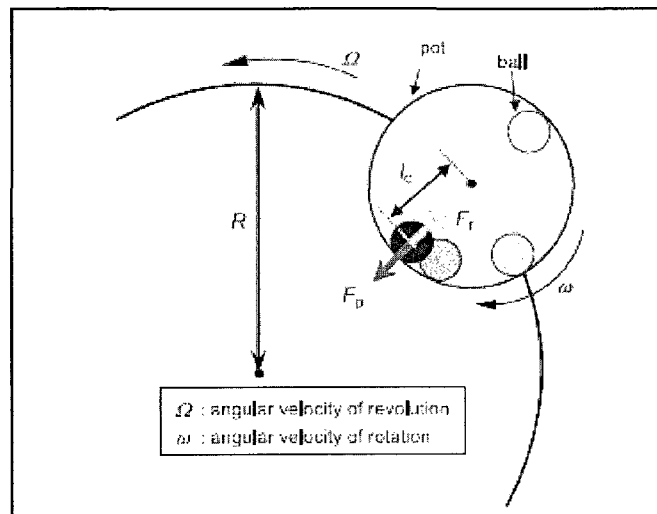
En raison de la grande similitude du concept de ces deux procédés, les résultats relatifs au broyeur planétaire à bille peuvent donner des informations pertinentes concernant la physique du MPSL. Par exemple, Kheifets et Lin (1996a) indiquent que la matière à l'intérieur d'un contenant en mouvement planétaire subit des champs d'accélération centrifuges et de Coriolis, ce qui s'applique également dans le cas du MPSL. Par ailleurs, Mio *et al.* (2002) démontrent que l'intensité d'agitation du produit est plus grande lorsque le contenant effectue une rotation  $\omega$  (sens horaire) dans le sens contraire à la révolution  $\Omega$  (sens antihoraire) (Figure 1.10). Dans un second article, Mio *et al.* (2004) constatent

également par analyses numériques que l'intensité d'agitation est maximale lorsque le broyeur planétaire à billes opère à un ratio de vitesse critique ( $r_c$ ) défini par

$$r_c = \sqrt{\frac{R}{l_c} - 1} \quad (1.15)$$

où  $R$  et  $l_c$  sont respectivement la distance radiale entre l'axe du contenant et l'axe de révolution et la distance entre le centre de la bille et l'axe de rotation du contenant (Figure 1.10). Le ratio de vitesse ( $r$ ) correspond au rapport entre les vitesses angulaires de rotation ( $\omega$ ) et de révolution ( $\Omega$ )

$$r = \frac{\omega}{\Omega} \quad (1.16)$$



**Figure 1.10 Paramètres caractéristiques du broyeur planétaire à bille.**

Tirée de Mio *et al.* (2004)

Il est important de mentionner qu'en raison du caractère très différent entre les applications du MPSL et celles du broyeur planétaire à billes, il faut demeurer prudent dans l'extrapolation des conclusions précédentes au MPSL. En effet, le broyeur vise des applications à un milieu particulière (particules solides) tandis que le MPSL, à un milieu continu (visqueux). De ce fait, des efforts de recherches supplémentaires doivent tout de même être accordés plus spécifiquement au MPSL pour en comprendre davantage sur sa physique de mélange et permettre l'optimisation du procédé. Dans ce travail, nous examinerons les correspondances entre nos conclusions pour le MPSL et celles présentées précédemment au sujet du broyeur planétaire à billes.

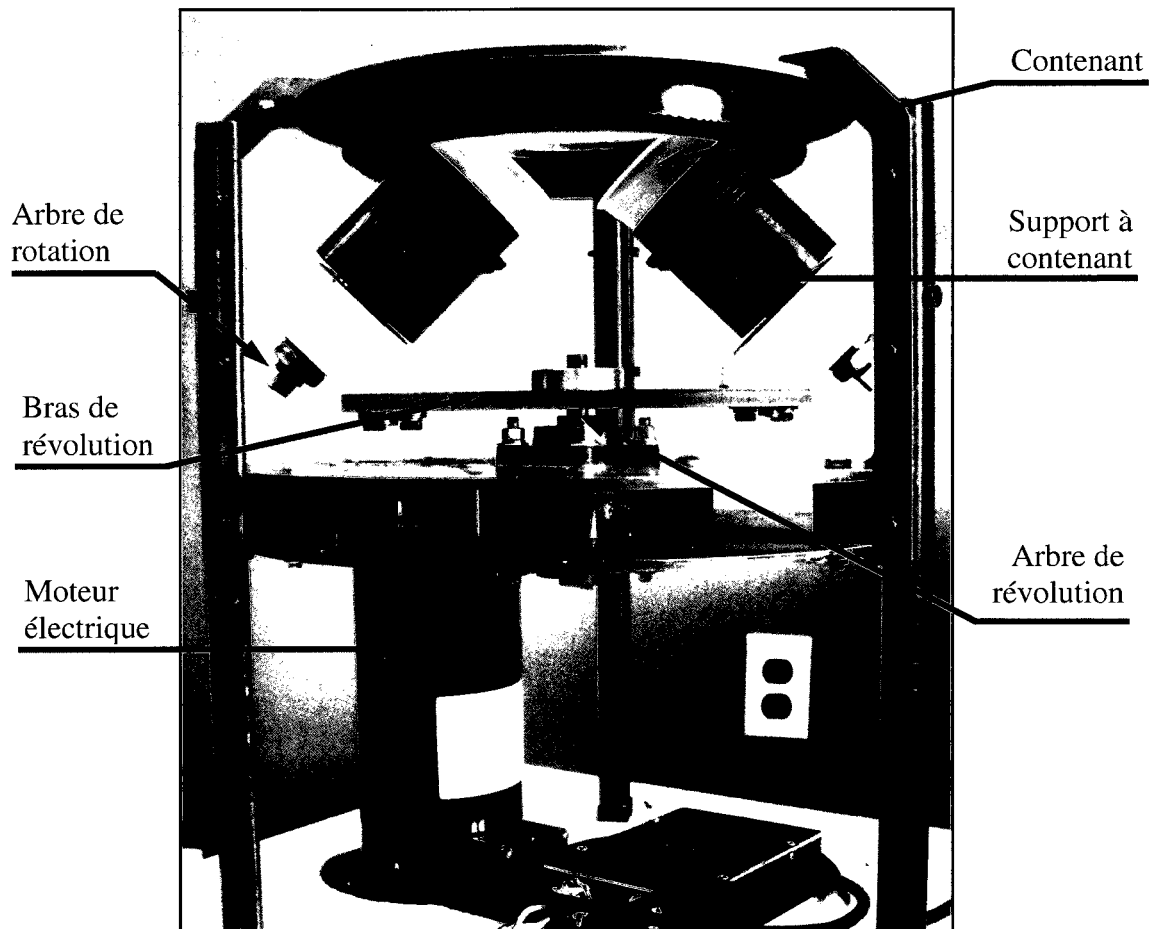
### **1.3 Mélangeur planétaire sans lamelle à l'étude**

#### **1.3.1 Présentation générale**

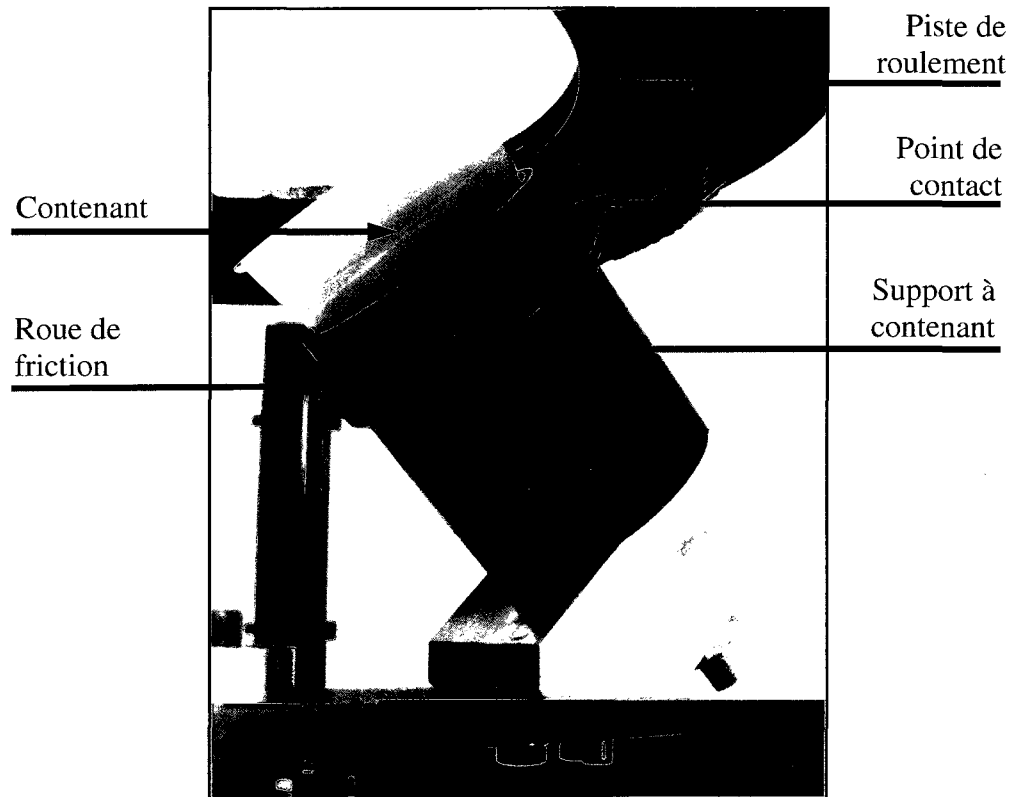
La présente recherche est basée sur la configuration des MPSL conçus par la compagnie G-Explore telle qu'illustrée à la Figure 1.11. La révolution des contenants est effectuée par le mouvement d'un bras qui est entraîné par un moteur électrique relié à l'axe de révolution par une courroie crantée (non montrée à la Figure 1.11). Le produit à mélanger est déposé à l'intérieur de contenants amovibles maintenus par deux supports inclinés à  $45^\circ$  fixés aux extrémités du bras de révolution. Ces supports sont montés sur des roulements à billes au moyen d'un arbre qui agit à titre d'axe de rotation.

Pour donner le mouvement de rotation aux contenants, un point de contact est établi entre une roue de friction fixée sur le diamètre extérieur des supports à contenant et une piste de roulement montée sur le châssis du mélangeur (Figure 1.12). Par ce principe, lorsque le bras de révolution est en mouvement, les contenants effectuent une rotation par le non-glissement de la roue de friction sur la piste de roulement. Autrement dit, le contenant roule sans glissement sur cette dernière lorsque le bras est en révolution. Puisque le contenant roule à l'intérieur de la piste de roulement, ce dernier se déplace obligatoirement selon un

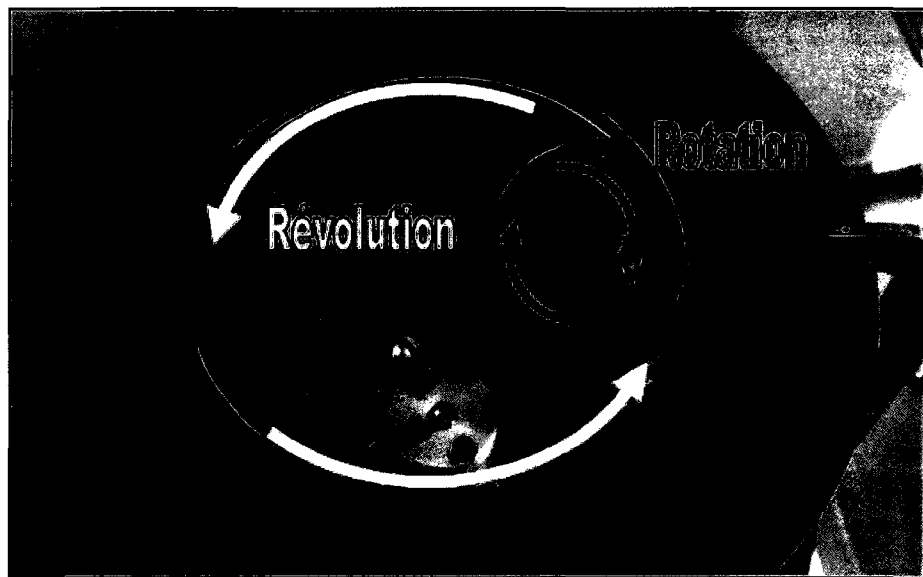
mouvement de type hypocycloïdal, c'est-à-dire que la rotation du contenant s'effectue dans le sens opposé (sens horaire) à celui de la révolution du bras (sens antihoraire) (Figure 1.13).



**Figure 1.11** Configuration du mélangeur planétaire sans lamelle à l'étude.



**Figure 1.12** Système d'entraînement par friction de la rotation du contenant.



**Figure 1.13** Mouvement de révolution/rotation inversé (hypocycloïdal) du contenant.



### 1.3.2 Description paramétrique

L'étude d'un phénomène physique doit être judicieusement simplifiée par l'utilisation de paramètres adimensionnels. Ces derniers sont définis en regroupant les variables physiques pertinentes à un phénomène en nombres sans unités (Munson *et al.*, 2002). Les avantages à utiliser des paramètres adimensionnels sont nombreux. Entre autres, cela permet de:

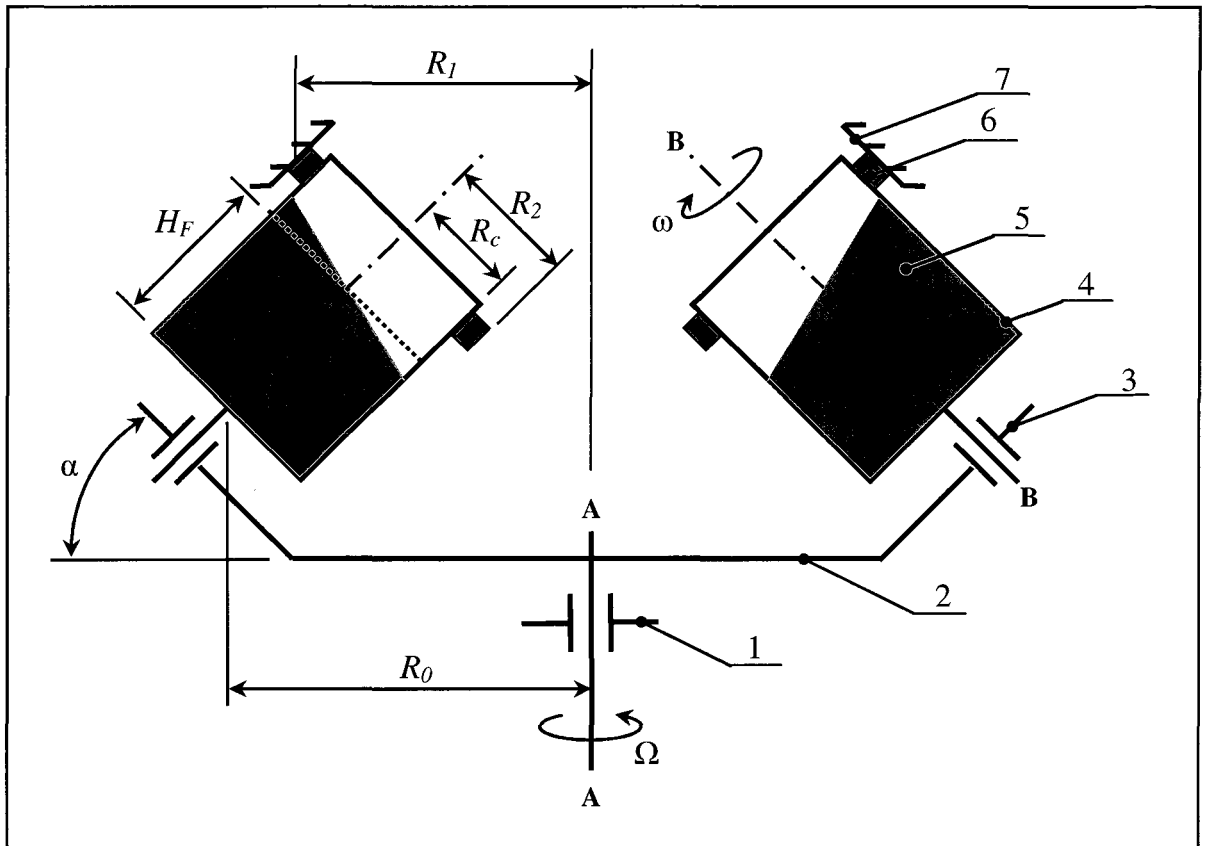
- Mieux contrôler le choix et l'évolution des variables du phénomène lors d'une étude paramétrique. En effet, pour faire varier un paramètre sans dimension, on peut choisir l'une ou l'autre des variables constitutives de ce dernier;
- Éviter les redondances entre les essais et les configurations du système étudié. Deux essais aux mêmes nombres adimensionnels sont considérés comme équivalents;
- Faire ressortir le rapport entre différents phénomènes physique;
- Exprimer les résultats au moyen de relations entre les paramètres adimensionnels. Ces relations deviennent alors indépendantes du système d'unités adopté;
- Extrapoler les résultats de laboratoire à des installations ayant une plus grande échelle.

Pour cette étude, nous décrirons la configuration physique et le régime d'opération du MPSL par le biais de nombres adimensionnels. Pour définir ces derniers, la méthode d'analyse dimensionnelle de Buckingham a été appliquée. La première étape consiste à identifier les variables physiques pertinentes au phénomène étudié. Celles-ci se classent généralement parmi l'une des quatre catégories suivantes (Munson, Young et Okiishi, 2002) :

- Caractéristique géométrique (ex. : rayon, longueur);
- Paramètre d'opération (ex. : vitesse angulaire);
- Propriété physico-chimique (ex. : viscosité, masse volumique);
- Constante physique universelle (ex. : accélération gravitationnelle).

Basée sur la configuration de MPSL montrée précédemment (section 1.3.1), la Figure 1.14 présente l'ensemble des variables géométriques et d'opération définissant le procédé. Pour alléger le schéma, les supports à contenants ont été négligés en illustrant les roues de friction directement sur la paroi extérieure des contenants, mais en conservant le bon diamètre extérieur ( $R_2$ ) des roues. De plus, la hauteur de fluide considérée pour définir sa quantité correspond au niveau de la surface libre lorsque celle-ci est parallèle au fond du contenant. Plus de détails sur la surface libre seront apportés au chapitre 3 qui concerne la modélisation numérique du MPSL.

En plus des variables identifiées à la Figure 1.14, nous avons également considéré la viscosité ( $\mu$ ) et la masse volumique ( $\rho$ ) comme variables physico-chimiques pour représenter le fluide agité ainsi que l'accélération gravitationnelle ( $g$ ) comme constante physique universelle. Les variables pertinentes au MPSL et leur unité sont résumés au Tableau 1.1.



**Figure 1.14 Variables géométriques et d'opération du MPSL**

- 1) Pivot de révolution; 2) Bras de révolution; 3) Pivot de rotation; 4) Contenant;  
 5) Contenu à mélanger; 6) Roue de friction; 7) Piste de roulement; A-A) Axe de révolution;  
 B-B) Axe de rotation

Tableau 1.1

Variables pertinentes à l'étude du MPSL

Variables	Symbole	Unité
Rayon de révolution	$R_0$	m
Rayon de la bande de roulement	$R_l$	m
Rayon de la roue de friction	$R_2$	m
Rayon intérieur du contenant	$R_c$	m
Hauteur de fluide	$H_f$	m
Inclinaison du contenant	$\alpha$	rad
Vitesse de rotation du contenant	$\omega$	rad/s
Vitesse de révolution du bras	$\Omega$	rad/s
Viscosité dynamique	$\mu$	kg/m-s (Pa-s)
Masse volumique	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>
Accélération gravitationnelle	$g$	m/s <sup>2</sup>

Les paramètres adimensionnels sont déterminés en choisissant comme quantité de référence le rayon de révolution ( $R_0$ ), la vitesse de révolution ( $\Omega$ ) et la masse volumique ( $\rho$ ). Ces trois quantités couvrent l'ensemble des grandeurs fondamentales des variables au Tableau 1.1 puisque l'unité radian est déjà considérée comme une valeur sans dimension. Le Tableau 1.2 résume les paramètres sans dimension obtenus après avoir regroupé les variables du Tableau 1.1.

Tableau 1.2

Paramètres adimensionnels définissant le MPSL

Définition	Nom	Symbole
$\frac{\rho \cdot \Omega \cdot R_0^2}{\mu}$	Reynolds	$Re$
$\frac{\Omega \cdot R_0}{\sqrt{g \cdot R_0}}$	Froude	$Fr$
$\frac{\omega}{\Omega}$	Ratio de vitesse	$n$
$\frac{R_0}{R_c}$	Rapport de forme du mélangeur	$k$
$\frac{H_F}{R_c}$	Rapport de forme du fluide	$F$
$\alpha$	Inclinaison des contenants	$\alpha$

On remarque que les variables  $R_1$  et  $R_2$ , qui sont respectivement le rayon de la piste de roulement et celui de la roue de friction, n'apparaissent pas dans les paramètres adimensionnels du Tableau 1.2. En effet, les termes sans dimension pour ces deux variables, soient  $R_1/R_0$  et  $R_2/R_0$ , peuvent être regroupés pour former le terme

$$\frac{R_1}{R_2}. \quad (1.17)$$

Pour le cas particulier de la configuration de MPSL étudié dans ce travail, où le mouvement de rotation est donné par un principe de friction (voir section 1.3.1), ce rapport correspond également au ratio vitesse par l'égalité

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega}{\Omega}. \quad (1.18)$$

En raison de cette équivalence, il n'est donc pas nécessaire de prendre en compte ces deux regroupements adimensionnels. Nous avons choisi de considérer uniquement le ratio des vitesses angulaires, car pour une autre conception de MPSL où le mouvement de rotation ne serait pas donné par le même principe de friction, les variables  $R_1$  et  $R_2$  pourraient ne pas être définies.

Tels que définis précédemment à la section 1.2.1, les nombres de Reynolds ( $Re$ ) et de Froude ( $Fr$ ) ressortent avec l'analyse dimensionnelle. Rappelons que ces deux paramètres représentent respectivement le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses ainsi que celui entre les forces d'inertie et les forces de gravité.

Le ratio de vitesse ( $n$ ) représente le rapport entre la vitesse de rotation ( $\omega$ ) et la vitesse de révolution ( $\Omega$ ) du contenant, c'est-à-dire le nombre de rotations qu'effectue le contenant pour une révolution du bras. Une valeur négative de ce ratio indique que le contenant effectue sa rotation dans le sens inverse à celui de la révolution, ce qui est le cas pour la configuration de MPSL étudié dans ce travail (Figure.1.15.a).

Le rapport de forme du mélangeur ( $k$ ) indique proportionnellement au rayon du contenant ( $R_c$ ) la distance qui sépare ce dernier de l'axe de révolution ( $R_0$ ). Ainsi, pour une géométrie de contenant donnée, plus la valeur de  $k$  est élevée, plus celui-ci est éloigné de l'axe de révolution (Figure.1.15.b).

Le rapport de forme du fluide ( $F$ ) est le rapport entre la hauteur de fluide ( $H_F$ ) et le rayon intérieur ( $R_c$ ) du contenant. Il indique proportionnellement à ce dernier la distance entre la

surface libre du fluide et le fond du contenant. Pour un même contenant, une augmentation de  $F$  indique une hausse du niveau de fluide (Figure.1.15.c).

L'inclinaison du contenant ( $\alpha$ ) est l'angle en radian que fait l'axe de rotation du contenant avec un plan horizontal. Un angle d'inclinaison nul indique que le contenant est en position verticale (Figure.1.15.d).

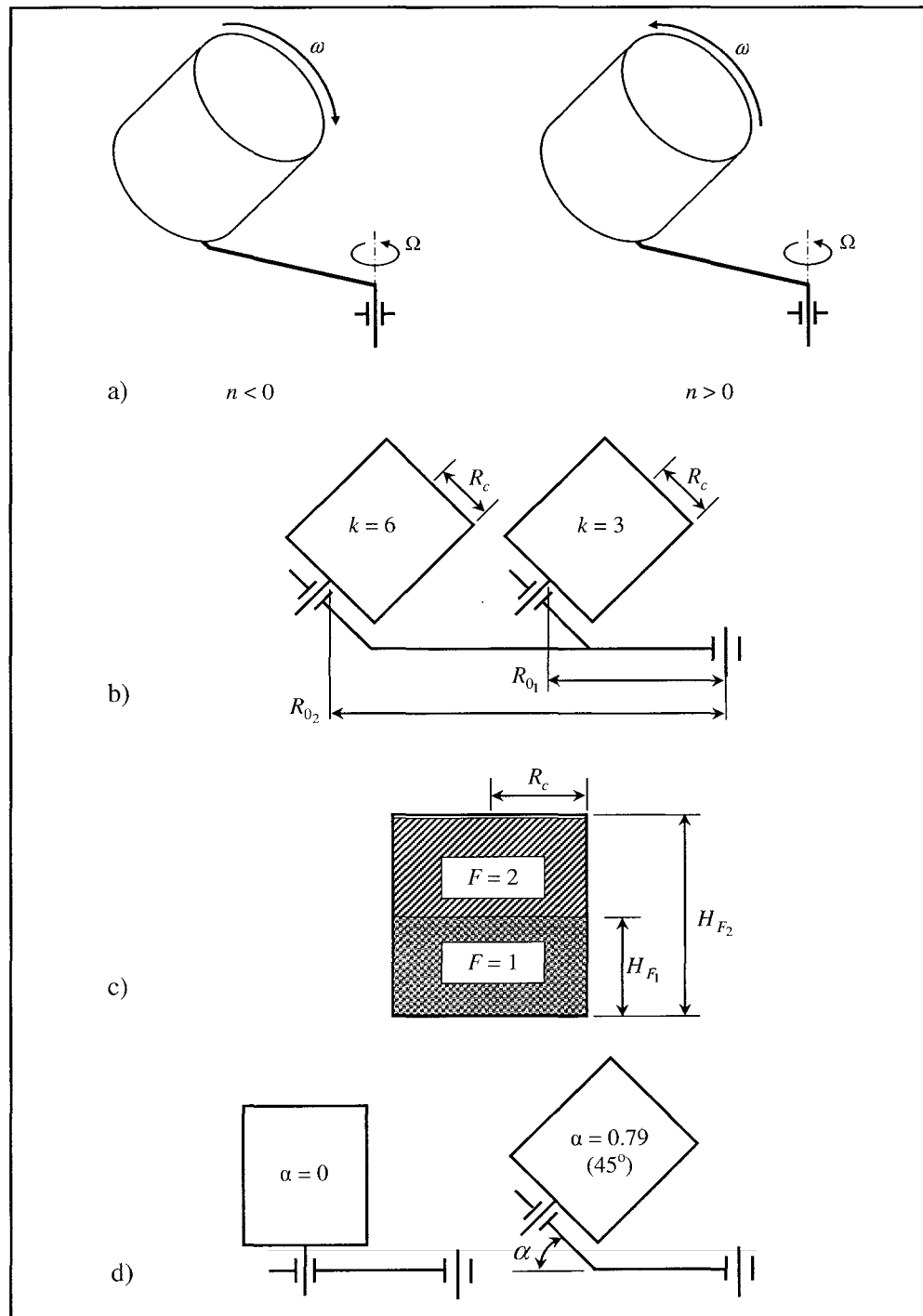
En plus des paramètres adimensionnels au Tableau 1.2, nous définissons également un temps convectif caractéristique,  $t_e$  (s), pour le MPSL par

$$t_e = \frac{1}{\Omega} \quad (1.19)$$

où  $\Omega$  (rad/s) est la vitesse révolution. Tout au long de ce travail, nous utiliserons  $t_e$  pour adimensionnaliser les temps physiques  $t$  (s) par l'équation

$$N_t = \frac{t}{t_e \cdot 2\pi} . \quad (1.20)$$

En divisant par  $2\pi$  à l'équation (1.19), on obtient un temps adimensionnel qui s'interprète comme un nombre de révolution du contenant.



**Figure 1.15 Signification des paramètres adimensionnels  $n$ ,  $k$ ,  $F$  et  $\alpha$ .**

- a) Ratio de vitesse; b) Rapport de forme du mélangeur, c) Rapport de forme du fluide,  
d) Inclinaison du contenant



## **1.4 Objectifs du mémoire**

Tel que mentionné à la revue de littérature, nos recherches ne nous ont menés à aucune étude décrivant spécifiquement le comportement hydrodynamique du MPSL et sa physique de mélange. Les travaux recensés s'attardent plutôt à définir les possibilités d'applications du procédé et à analyser ses effets sur les propriétés physiques des produits qu'il transforme. De ce fait, G-Explore, qui est le partenaire industriel dans cette recherche, s'est vu limité dans le processus d'optimisation de leur conception de MPSL.

### **Objectif principal**

L'objectif principal de ce mémoire est de fournir à G-Explore les configurations et les régimes d'opération du MPSL qui offrent, pour une opération de mélange spécifique, la meilleure homogénéisation (critère qualité) et ce, au coût le plus bas (critère économique). Cet objectif ne pouvait pas être atteint par une simple revue de littérature d'où la nécessité de définir les objectifs spécifiques qui suivent.

### **Objectifs spécifiques**

- Valider expérimentalement un modèle CFD simplifié du MPSL décrivant le dynamique de l'écoulement et du mélange pour un fluide newtonien et homogène en régime d'écoulement laminaire et stationnaire;
- Caractériser numériquement la dynamique de l'écoulement dans le MPSL par une étude paramétrique sur la puissance d'agitation, le flux axial moyen et l'intensité d'agitation;
- Caractériser numériquement l'efficacité d'homogénéisation du MPSL par une étude paramétrique sur les temps de mélange et l'énergie de mélange.

## **CHAPITRE 2**

### **MÉTHODES ET RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX**

#### **2.1 Introduction**

L'étude d'un procédé de mélange par la CFD consiste à modéliser celui-ci par des modèles mathématiques (ex. : équations de Navier-Stokes) qui permettent de prédire numériquement la dynamique de l'écoulement et du mélange. Pour déterminer la justesse de la modélisation, les résultats numériques doivent être confrontés à des données expérimentales pour effectuer ce que l'on appelle la validation du modèle CFD. Le chapitre 2 présente les méthodes expérimentales et les résultats que nous allons utiliser pour valider notre modèle CFD du MPSL présenté au chapitre 3. D'abord, nous examinerons les spécifications techniques des mélangeurs et les propriétés physiques du fluide utilisé lors de nos essais expérimentaux. Nous poursuivrons avec les méthodes et les résultats spécifiques à chaque type de données recueillies, soit la puissance d'agitation, la structure spatiale de l'écoulement et le temps de mélange.

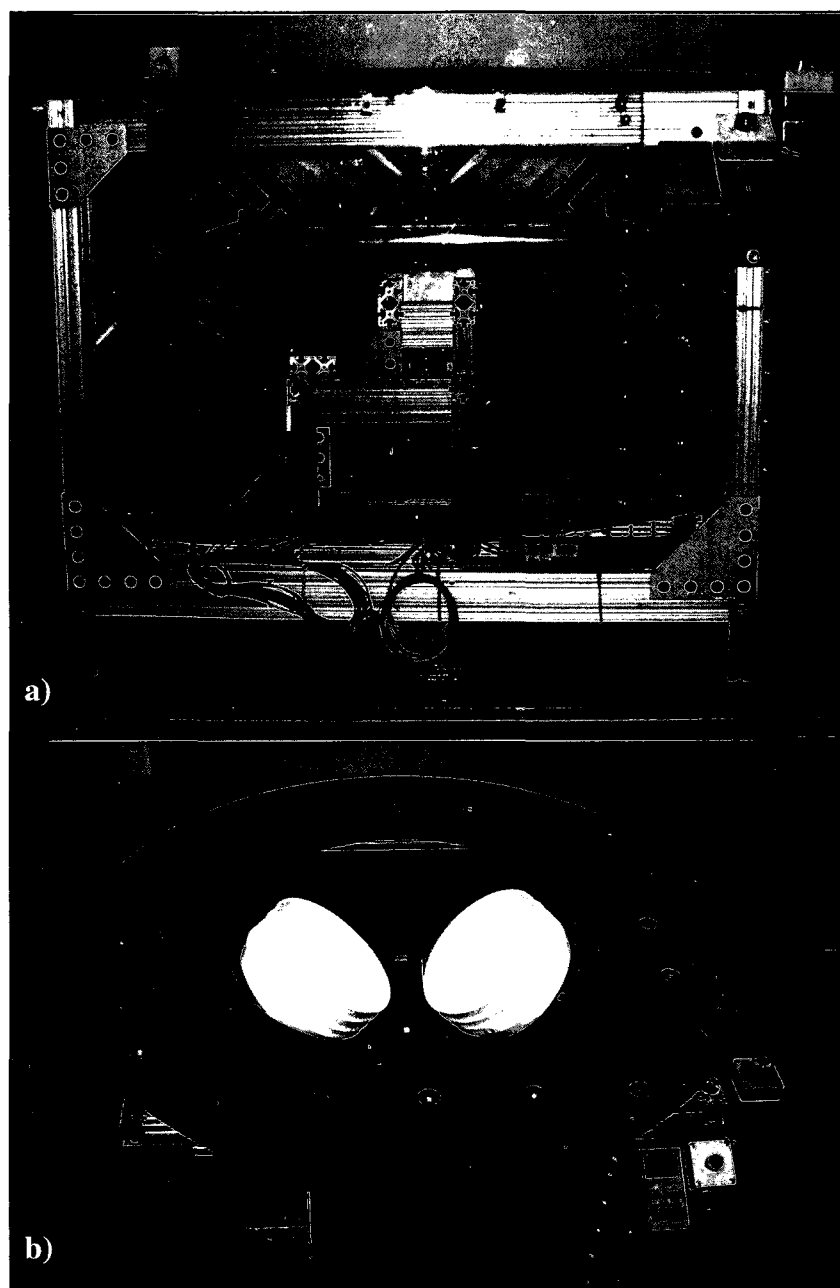
#### **2.2 Spécifications des mélangeurs pour les essais expérimentaux**

Les essais expérimentaux ont été réalisés avec deux modèles de MPSL conçus par G-Explore. Le premier, le G-Mixer 5G (Figure 2.1), est un modèle à grande capacité capable de recevoir deux contenants amovibles de 18.96  $\ell$  (5 gallons). Ce modèle a été sélectionné pour observer la structure spatiale de l'écoulement en raison de son grand empattement qui facilite l'installation d'appareils de visualisation numérique. Les spécifications de ce modèle sont les suivantes :

- Ratio de vitesse ( $n$ ) : -1.8;
- Inclinaison des contenants ( $\alpha$ ) : 0.79 rad (45°);
- Rapport de forme du mélangeur ( $k$ ): 3.2 (Pour un contenant de 18.96  $\ell$ );
- Vitesse maximale de révolution ( $\Omega$ ) : 36.7 rad/s (350 tr/min);
- Puissance électrique maximale du moteur : 3.73 kW.

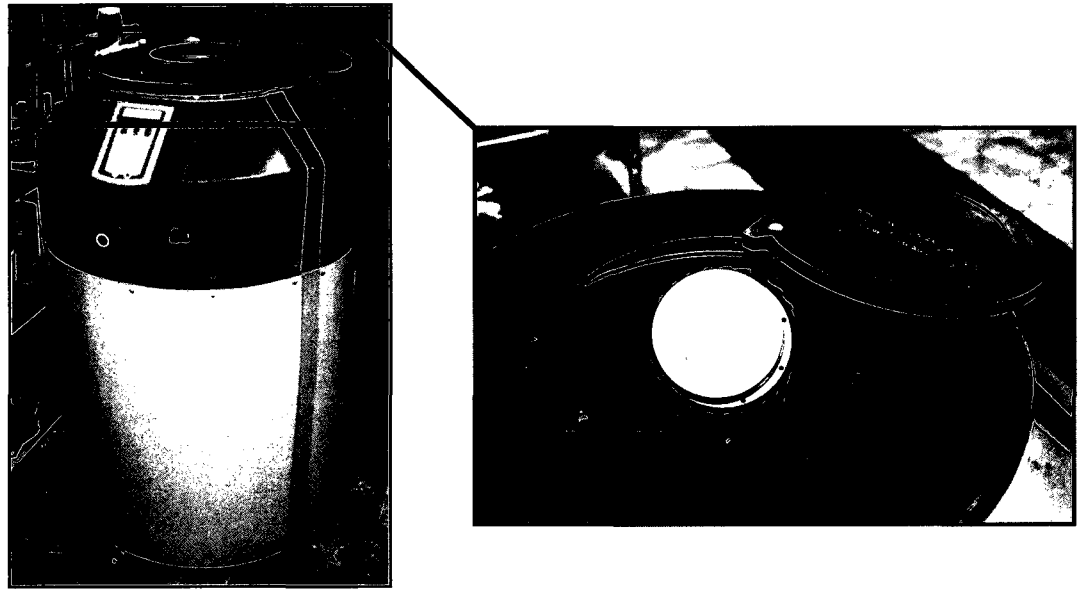
Le deuxième mélangeur (Figure 2.2), le G-Mixer 1600, est un modèle de plus petite taille à la capacité totale de 1.6  $\ell$  ou de 0.8  $\ell$  par contenant (un seul des deux contenants est visible à la Figure 2.2). Ce mélangeur est utilisé pour mesurer expérimentalement la puissance d'agitation ainsi que le temps de mélange. Ses spécifications sont les suivantes :

- Ratio de vitesse ( $n$ ) : -2.25;
- Inclinaison des contenants ( $\alpha$ ) : 0.79 rad (45°);
- Rapport de forme du mélangeur ( $k$ ): 3.3 (Pour un contenant de 1  $\ell$ );
- Vitesse maximale de révolution ( $\Omega$ ) : 105 rad/s (1000 tr/min);
- Puissance électrique maximale du moteur : 3.73 kW.



**Figure 2.1 Mélangeur pour essais expérimentaux : modèle G-Mixer 5G.**

a) Vue latérale; b) Vue en perspective du dessus



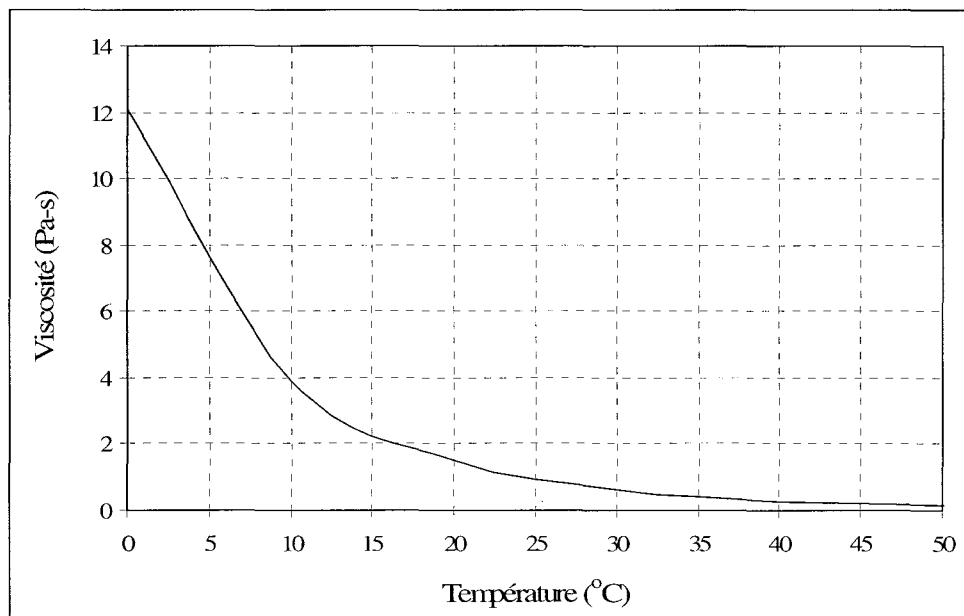
**Figure 2.2 Mélangeur pour essais expérimentaux : modèle G-Mixer 1600.**

### **2.3 Propriétés du fluide à l'étude**

Les opérations de mélange visées par G-Explore concernent plus spécifiquement des fluides visqueux dont la viscosité dynamique ( $\mu$ ) varie entre 1 et 10 Pa-s (Pour l'eau,  $\mu \approx 1 \times 10^{-3}$  Pa-s). En fonction des paramètres de configuration et d'opération des modèles de MPSL montré précédemment, cela conduit à des  $Re$  se situant entre 100 et 5000. Pour effectuer des essais expérimentaux sur cette plage de  $Re$  avec un fluide newtonien, nous avons opté pour l'utilisation du glycérol, communément appelée glycérine. Ce fluide visqueux et peu coûteux à l'avantage d'être translucide ce qui permet de l'utiliser pour la détermination du temps de mélange par la technique de la décoloration utilisée dans ce travail (section 2.5).

Les propriétés physiques du glycérol pertinentes à la définition des essais expérimentaux sont sa viscosité dynamique et sa masse volumique. Contrairement à la masse volumique, qui est approximativement de  $1260 \text{ kg/m}^3$  à  $20^\circ\text{C}$  (Dow-Chemical, 2009), la viscosité du glycérol

est très sensible à la température telle que montrée à la Figure 2.3. Nos essais seront effectués en utilisant le glycérol à une température de 20 °C lui donnant alors une viscosité approximativement de 1.4 Pa-s. La variation de viscosité du glycérol sera vérifiée durant nos essais en mesurant sa température à l'aide d'un thermomètre électronique. Si la température subit une variation supérieure à  $\pm 2.0$  °C, le glycérol sera changé pour les essais subséquents afin d'éviter une trop grande variation de viscosité.



**Figure 2.3 Variation de la viscosité du glycérol en fonction de la température.**

Données tirées de Dow-Chemical (2009)

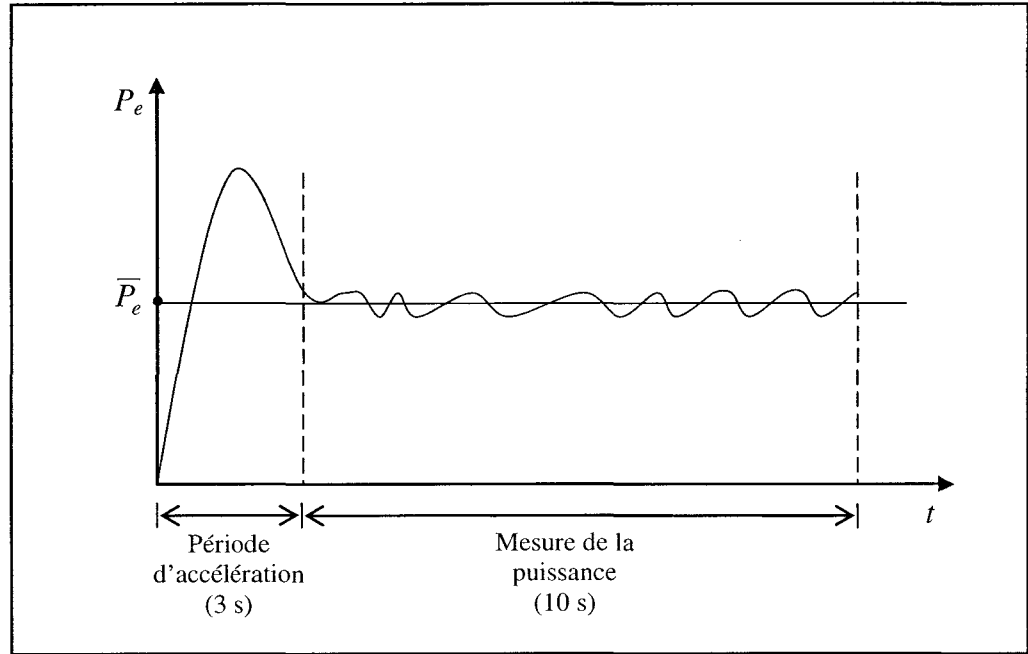
## 2.4 Puissance d'agitation

### 2.4.1 Méthodes expérimentales

La puissance d'agitation est déterminée expérimentalement à partir de la puissance électrique consommée par le mélangeur (Paul, Atiemo-Obeng et Kresta, 2004). La prise de mesures s'effectue à l'aide de deux multimètres (Meterman, 34XR) reliés aux bornes du moteur DC qui entraîne le mélangeur. Un premier appareil sert à mesurer la tension induite ( $V_i$ ) et le second le courant à l'armature ( $I_a$ ) du moteur ce qui permet de calculer la puissance électrique ( $P_e$ ) par l'équation

$$P_e = V_i \cdot I_a. \quad (2.1)$$

Pour pallier aux fluctuations du courant, une moyenne (RMS) est effectuée par le multimètre sur une durée de 10 secondes dès la fin de la période d'accélération du mélangeur, qui elle est d'une durée d'environ 3 secondes. Concernant la tension, aucune fluctuation notable n'est observée. La Figure 2.4 schématise une variation de la puissance électrique d'un moteur en charge en fonction du temps. Durant la période d'accélération, l'inertie du système doit être vaincue ce qui engendre une consommation en puissance maximale qui diminue ensuite pour osciller autour d'une valeur moyenne ( $\bar{P}_e$ ).



**Figure 2.4 Exemple d'une variation de la puissance électrique d'un moteur en charge en fonction du temps.**

En raison des pertes mécaniques du mélangeur, la puissance électrique mesurée lors de l'agitation ne correspond pas directement à la puissance d'agitation, mais bien à la puissance totale ( $P_{e\_totale}$ ). Pour déterminer la puissance d'agitation, on doit soustraire de la puissance électrique totale celle liée aux pertes mécaniques ( $P_{e\_perte}$ ). Cette dernière est estimée en effectuant un essai « à vide », c'est-à-dire en faisant fonctionner le MPSL sans glycérol dans le contenant. En tenant compte du rendement du moteur, la puissance d'agitation telle que ressentie à l'arbre du moteur ( $P_{moteur}$ ) est alors définie par

$$P_{moteur} = (\eta_{total} \cdot P_{e\_totale}) - (\eta_{perte} \cdot P_{e\_perte}) \quad (2.2)$$

où  $\eta_{total}$  et  $\eta_{perte}$  sont respectivement les rendements du moteur lors des essais avec le glycérol et à vide (Cabaret *et al.*, 2007a). Le rendement du moteur est défini en fonction de



la mesure du courant à l'armature ( $I_a$ ) de chaque essai selon les données fournies par le manufacturier du moteur (Reliance Electric) qui se traduisent par l'équation

$$\eta = 0.78 \cdot e^{\left(\frac{(1-I_a)}{2.6}\right)}. \quad (2.3)$$

## 2.4.2 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux sur la puissance d'agitation ont été déterminés avec le G-Mixer 1600 pour l'agitation de deux volumes de glycérol au rapport de forme de fluide de  $F = 1.3$  et  $1.6$ , soit deux valeurs régulièrement rencontrées chez G-Explore. Pour chaque rapport  $F$ , nous avons déterminé la puissance d'agitation au moteur ( $P_{moteur}$ ) à des  $Re$  compris entre 500 et 4000 à des intervalles de 500. Le nombre Froude ( $Fr$ ) varie quant à lui de 1.2 à 10.70. Chaque essai pour un même  $Re$  a été répété à six reprises pour estimer l'incertitude expérimentale sur la mesure de la puissance ( $\pm 2\sigma_{P_{moteur}}$ ) définie par

$$\pm 2\sigma_{P_{moteur}} = \pm \frac{\bar{R}}{2.05} \quad (2.4)$$

où  $\bar{R}$ , dans notre cas, est la moyenne des étendues des mesures de puissance pour chaque  $Re$  (Montgomery, 2001).

Selon la définition générale de  $N_p$  (Éq. (1.1)), la valeur adimensionnelle de la puissance d'agitation moyenne au moteur est définie par

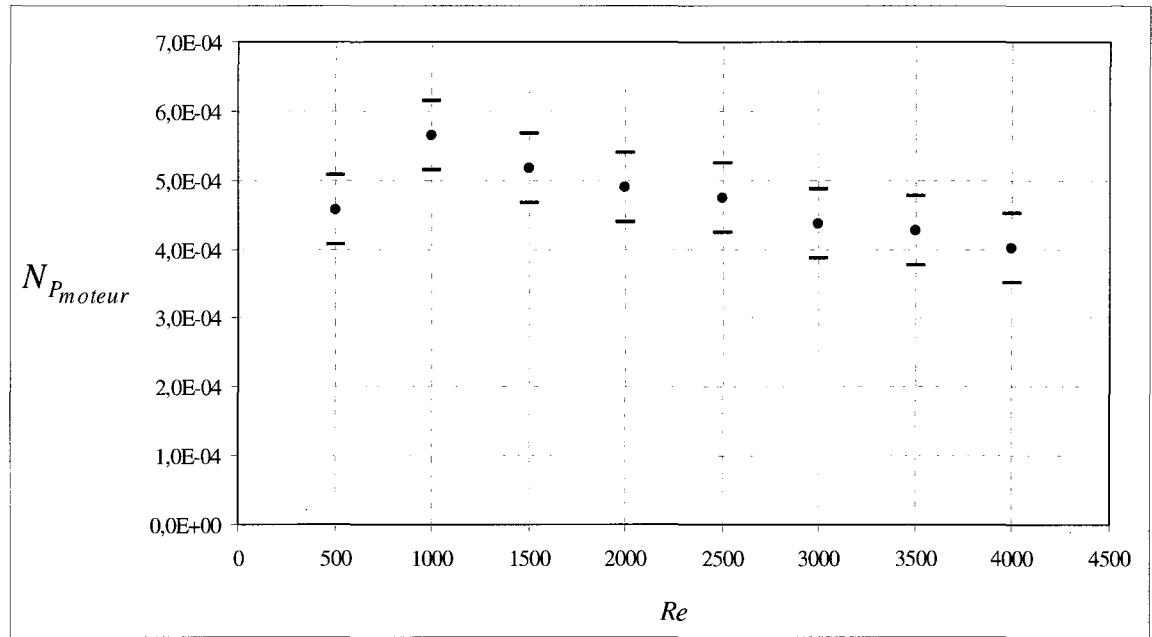
$$N_{P_{moteur}} = \frac{\bar{P}_{moteur}}{\rho \cdot \Omega^3 \cdot R_0^5} \quad (2.6)$$

où  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>),  $\Omega$  (rad/s),  $R_0$  (m) et  $\bar{P}_{moteur}$  (W) sont respectivement la masse volumique, la vitesse de révolution, le rayon de révolution et la moyenne de la puissance d'agitation au moteur. Cette dernière est définie par

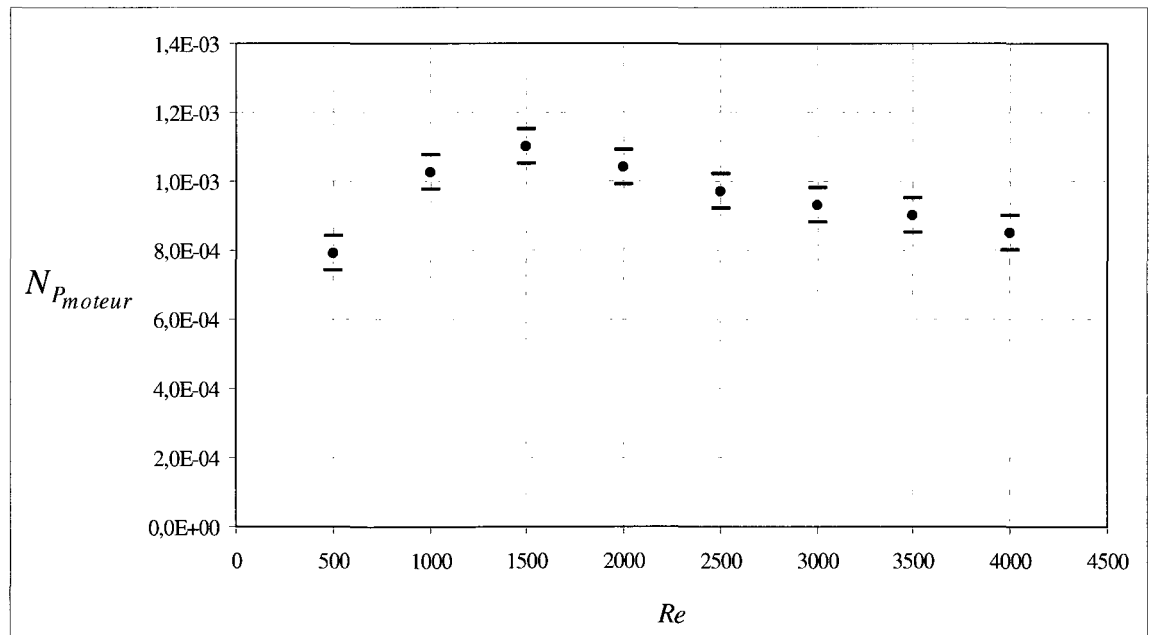
$$\bar{P}_{moteur} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_{moteur_i}^2} \quad (2.5)$$

où  $n$  et  $P_{moteur_i}$  sont respectivement le nombre de mesures prises à chaque essai (ici  $n = 6$ ) et la  $i^e$  mesure de la puissance d'agitation d'un même essai.

Les Figures 2.5 et 2.6 montrent respectivement les variations de  $N_{P_{moteur}}$  en fonction de  $Re$  pour  $F = 1.3$  et  $1.6$ . L'incertitude expérimentale, qui est de l'ordre de  $2.5 \times 10^{-5}$ , est illustrée sur les courbes par des bornes supérieures et inférieures qui représentent les limites d'un niveau de confiance de 95%. Pour les deux valeurs de  $F$ , on remarque que  $N_{P_{moteur}}$  augmente avec  $Re$  jusqu'à une valeur maximale avant de décroître par la suite pour une augmentation subséquente du  $Re$ .



**Figure 2.5 Puissance d'agitation au moteur en fonction de  $Re$  pour  $F = 1.3$ .**



**Figure 2.6 Puissance d'agitation au moteur en fonction de  $Re$  pour  $F = 1.6$ .**

## 2.5 Structure spatiale de l'écoulement

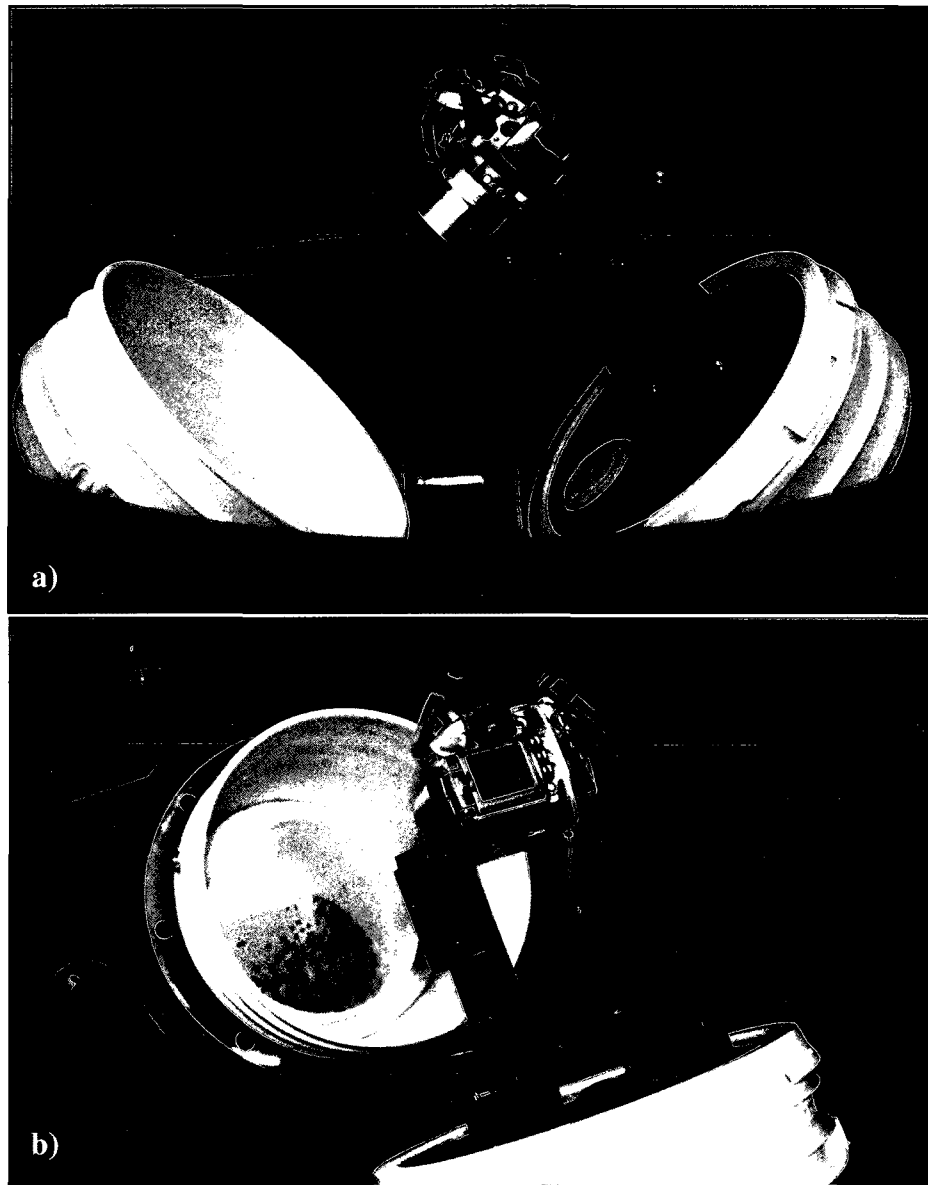
### 2.5.1 Méthodes expérimentales

En plus de la puissance d'agitation, nous avons également procédé à une observation expérimentale de la structure spatiale de l'écoulement du glycérol dans le mélangeur G-Mixer 5G. En raison de la cinématique complexe du contenant, les possibilités expérimentales d'observation de l'écoulement sont très limitées. Une méthode accessible à faible coût pour le MPSL consiste à observer par le biais de photographies le déplacement de fines particules passives dans le fluide en agitation (Paul, Atiemo-Obeng et Kresta, 2004).

Contrairement à la mesure de la puissance d'agitation, une simple observation par images numériques du déplacement de fines particules ne constitue pas une mesure quantitative de validation en soit. Néanmoins, elle permet tout de même de valider qualitativement l'aspect général de l'écoulement obtenu par la CFD en comparant, par exemple, les trajectoires des particules. Dans le cas présent, puisque l'observation ne peut s'effectuer que par le dessus du contenant, nous allons limiter nos observations au mouvement de particules à la surface libre du fluide.

Le montage expérimental consiste à fixer un appareil photo numérique (Canon, Power Shot S2-IS) sur le couvercle du contenant opposé à celui qui contient le fluide (Figure 2.7). Pour empêcher le mouvement de rotation du contenant qui soutient la caméra, la roue de friction de son support a été modifiée afin qu'elle ne soit plus de contact avec la piste de roulement. De cette manière, la caméra conserve toujours le même point de vue sur l'écoulement, c'est-à-dire celui d'un observateur qui se déplace avec le bras de révolution et qui regarde le fluide depuis le contenant opposé. Puisque la caméra effectue le mouvement de révolution simultanément au contenant en observation, seul le mouvement de rotation du contenant est observé de ce point de vue. De manière à réduire la quantité de fluide utilisé, le glycérol est

contenu dans un contenant de plus petite capacité ( $5.7 \ell$ ) à l'aide d'une insertion à l'intérieur du contenant de  $18.96 \ell$  (5 gallons) (Figure 2.7.b).



**Figure 2.7 Montage expérimental pour observer la structure spatiale de l'écoulement à la surface libre.**

a) Vue latérale; b) Vue en perspective du dessus

Les particules agitées par le glycérol sont de fines granules de caoutchouc haute densité ( $\rho_p = 920 \text{ kg/m}^3$ ) dont nous avons mesuré une taille moyenne ( $d_p$ ) d'environ  $3 \times 10^{-3} \text{ m}$ . Pour s'assurer que les particules représentent bien le mouvement du fluide, on détermine leur nombre de Stokes ( $Stk$ ) qui est définie par

$$Stk = \frac{t_p}{t_e} \quad (2.7)$$

où  $t_e$  est le temps caractéristique du MPSL (Éq. (1.18)) et  $t_p$  est le temps de réponse des particules tel que défini par

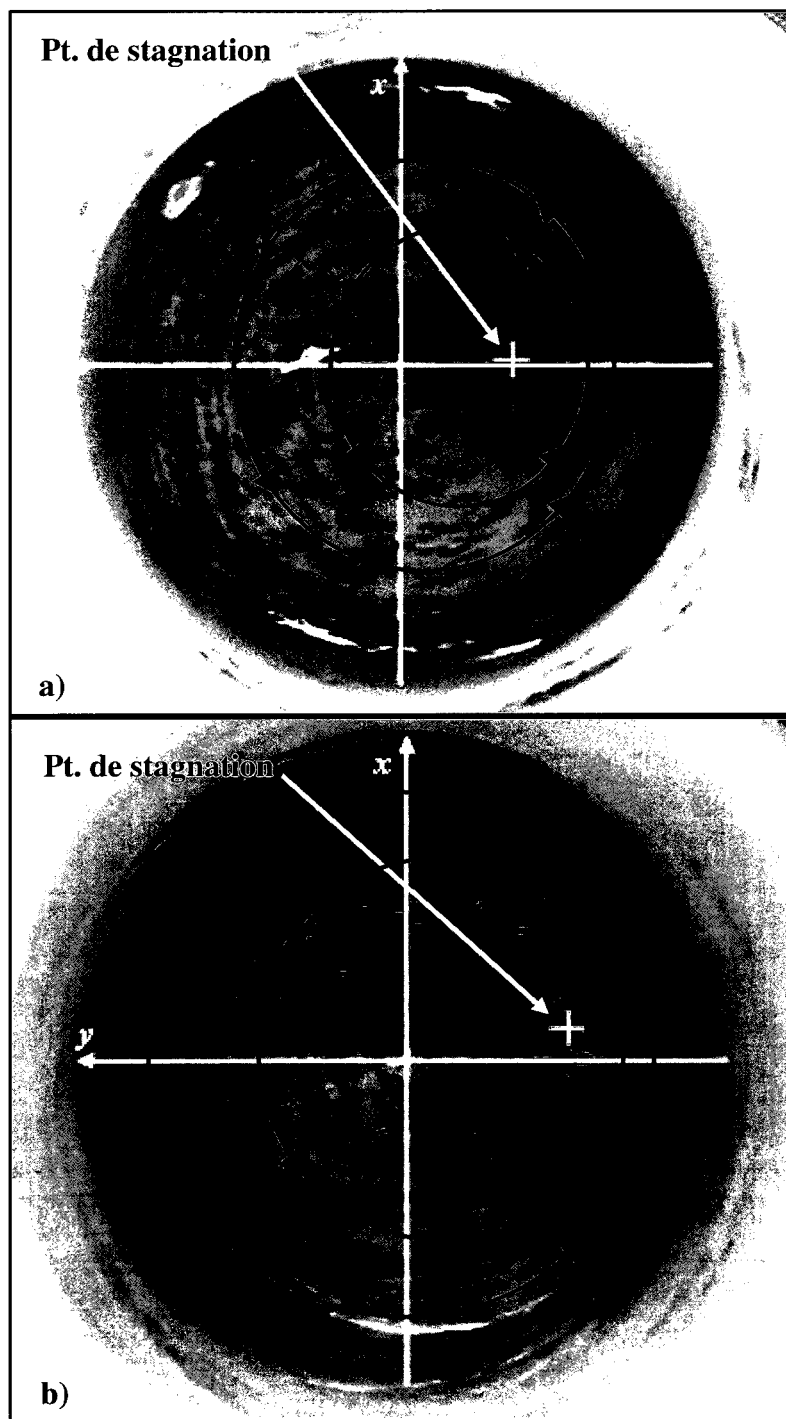
$$t_p = \frac{\rho_p \cdot d_p^2}{18 \cdot \mu} \quad (2.8)$$

où  $\rho_p$ ,  $d_p$  et  $\mu$  sont respectivement la masse volumique, la taille moyenne des particules et la viscosité du fluide (1.4 Pa-s pour le glycérol) (Aggarwal *et al.*, 1996). Une valeur de  $Stk \ll 1$  indique que les particules ont un comportement passif et représentent bien le mouvement du fluide.

### 2.5.2 Résultats expérimentaux

Le mouvement des particules en agitation a été observé pour un rapport de forme du glycérol de  $F = 0.7$ . Les essais ont été effectués à des  $Re$  de 1000 et 1250. Les nombres de Stokes des particules correspondant à chaque essai sont respectivement de  $Stk = 0.037$  et  $0.044$ . Ces valeurs indiquent que les particules ont bien un comportement passif. Concernant le nombre de Froude, il est respectivement de  $Fr = 1.1$  et  $1.3$  pour les essais à  $Re = 1000$  et  $1250$ .

Les Figures 2.8.a) et 2.8.b) montrent respectivement le déplacement des particules pour  $Re = 1000$  et  $1250$ . L'axe  $x$  indique l'alignement avec le bras de révolution. La principale caractéristique de l'écoulement observée au deux  $Re$  est la présence d'un point de stagnation de rotation à la surface libre. Pour une simple rotation uniforme du contenant, le point de stagnation serait juxtaposé avec l'axe du contenant. Toutefois, fort probablement en raison des champs d'accélération engendrés par le mouvement planétaire du contenant, le point de stagnation se déplace dans le cadran supérieur droit du plan  $x$ - $y$ . De plus, on constate qu'une valeur plus élevée de  $Re$  engendre un déplacement plus prononcé du point de stagnation. À l'aide de séquences vidéo au ralenti, nous avons remarqué que les particules semblaient suivent des trajectoires elliptiques autour du point de stagnation. Nous avons schématisé des exemples de ces dernières aux Figures 2.8.a) et 2.8.b) en indiquant le sens de déplacement des particules.



**Figure 2.8 Images expérimentales de la structure spatiale de l'écoulement à la surface libre.**

a)  $Re = 1000$ ; b)  $Re = 1250$

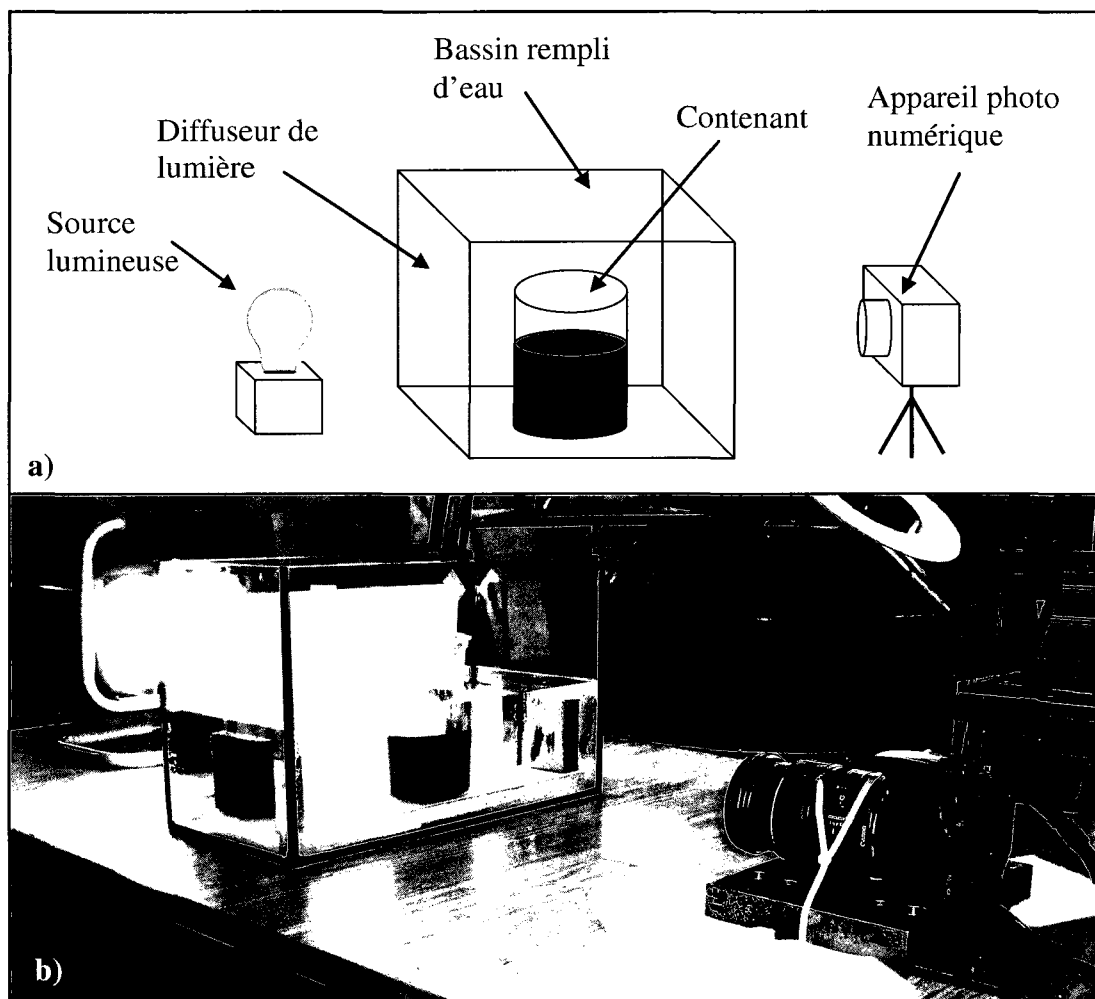


## 2.6 Temps de mélange

### 2.6.1 Méthodes expérimentales

Nous avons déterminé le temps de mélange expérimental en adaptant au MPSL la méthode proposée par Cabaret *et al.* (2007b) pour les mélangeurs à cuve agitée. Tel qu'expliqué brièvement au chapitre 1 (section 1.2.2, p. 10), cette méthode consiste à capter au travers d'un contenant transparent des images numériques du changement de couleur d'un fluide translucide provoqué par l'injection d'un traceur acidifiant. Par un traitement numérique des images, l'évolution temporelle du mélange est ensuite quantifiée grâce à la détermination d'un seuil de changement de couleur des pixels issu du modèle de couleurs RGB (Rouge Vert Bleu).

Dans le cas du MPSL, puisque le contenant se déplace rapidement dans le mélangeur, les images de la décoloration peuvent être réalisées uniquement en photographiant le contenant entre de courts cycles de mélange après l'avoir retiré délicatement du mélangeur. Cette technique pour la prise d'images est la principale adaptation de la méthode proposée par Cabaret *et al.* (2007b). En effet, contrairement à nous, ceux-ci captent l'évolution de la décoloration en continu par une caméra vidéo au travers d'une cuve agitée transparente et fixe. Parmi les critères que nous avons identifiés qui permettent l'application de la méthode proposée dans ce mémoire, il est essentiel que le fluide utilisé ait une assez haute viscosité et que le traceur ait une faible diffusion. En effet, ceci permet de ne pas perturber significativement l'état du mélange et de figer en quelque sorte l'avancement de la décoloration durant la prise d'image. Dans notre cas, nous respectons ces critères en utilisant le glycérol (viscosité de 1.4 Pa·s à 20°C) et un traceur fait à partir d'une solution aqueuse de NaCl dont le coefficient de diffusion ( $\Gamma$ ) dans le glycérol est d'environ  $1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  (Osuwan *et al.*, 1977).

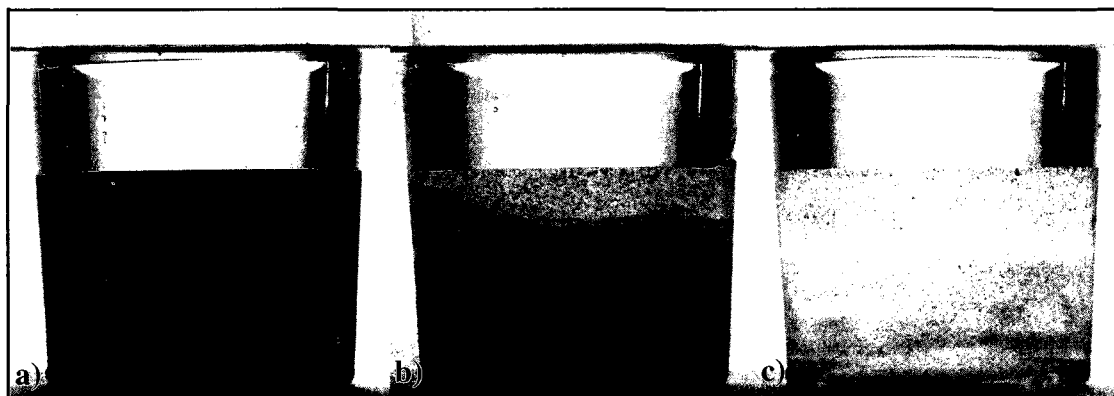


**Figure 2.9 Montage expérimental pour la prise d'images de la décoloration.**

a) Schéma du montage; b) Montage réel

Pour effectuer le changement de couleur, une quantité de traceur acide (solution de glycérol à 2% massique de HCL 5 Mol/ $\ell$ ) correspondant à 0.63% du volume total de glycérol est injecté au centre de la surface libre du fluide tout juste avant le premier cycle d'agitation. Pour assurer la reproductibilité des essais, Cabaret *et al.* (2007b) recommandent que le volume de traceur injecté doit contenir minimalement 2 fois plus d'acide qu'en contient la solution à décolorer, ce que nous avons respecter pour tous nos essais. Dès que le traceur est injecté, le mélangeur est mis en marche. À mesure que le traceur se disperse dans la solution, celle-ci change graduellement de la couleur pourpre jusqu'à l'homogénéisation complète du traceur où elle prend une couleur jaune uniforme. La Figure 2.10 montre un exemple

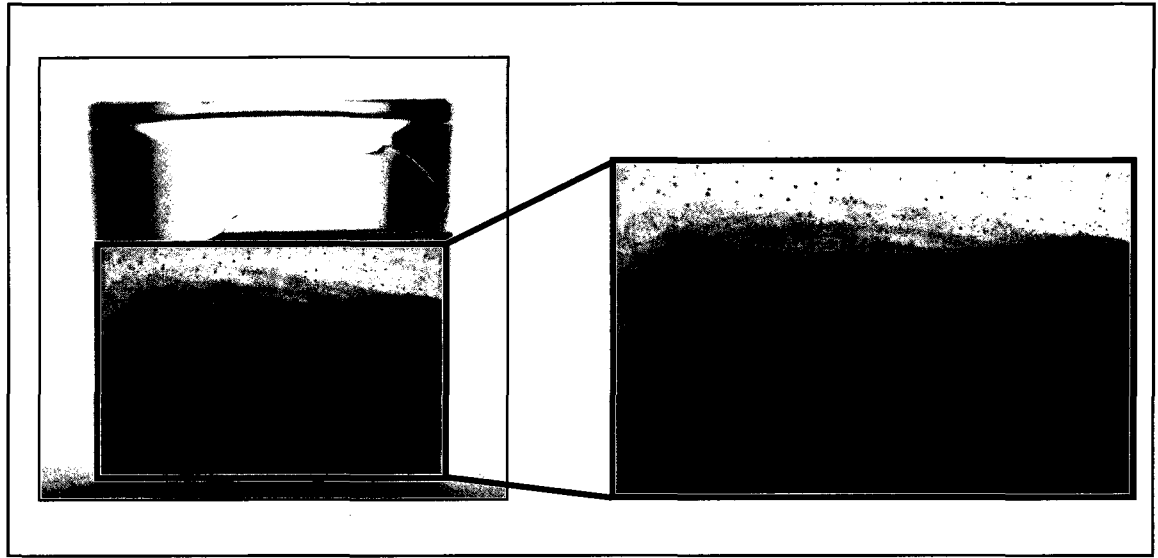
d'images prises avant l'injection du traceur (Figure 1.10.a), au cours du cycle de mélange (Figure 2.10.b) et une fois la décoloration complétée (Figure 2.10.c). On suit l'évolution de la décoloration de la solution du pourpre au jaune puisqu'il est plus simple de détecter une zone pourpre non mélangée dans un liquide jaune plutôt que l'inverse.



**Figure 2.10 Exemple d'images de l'évolution de la décoloration.**

a) Avant l'injection du traceur; b) Au cours de l'agitation; c) Décoloration complétée

Pour quantifier le changement de couleur et permettre de définir un temps de mélange, on analyse numériquement le changement d'intensité des pixels des images captées lors de la décoloration. Pour ce faire, chaque image est identifiée par le temps auquel elle a été prise depuis l'instant d'injection du traceur. Une première étape consiste à sélectionner sur chaque image la zone occupée uniquement par le fluide (Figure 2.11). Ensuite, par une programmation MatLab (Annexe I), chaque image est interprétée selon le modèle de couleur RGB, c'est-à-dire en identifiant pour chaque pixel de l'image son intensité de rouge, de vert et de bleu sur une échelle de 0 et 255. Lorsque le bromocresol pourpre est utilisé comme indicateur coloré, il est recommandé de suivre uniquement l'évolution de l'intensité en vert des pixels.



**Figure 2.11 Sélection de la zone occupée par le fluide sur l'image de la décoloration.**

À l'aide de l'image prise avant l'instant d'injection, on définit une valeur moyenne de l'intensité de vert des pixels correspondant à la couleur pourpre. Une même valeur moyenne est établie pour la couleur jaune avec l'image à l'instant où la décoloration est complétée. À partir de l'écart entre ces deux moyennes, un seuil de séparation  $X$  de l'intensité de vert est choisi comme critère pour savoir si un pixel peut être dit mélangé ou non. Dans le cas où l'intensité de vert d'un pixel est inférieure à la valeur du seuil de séparation, le pixel est alors considéré comme non mélangé et dans le cas contraire, le pixel est mélangé. Dans ce travail, un seuil de séparation de  $X = 50\%$  correspondant à la demi-variation des valeurs moyennes est utilisé. Une fois le seuil  $X$  défini, on calcule pour chaque image prise l'indice d'uniformité  $U_{pixel}$  tel que défini précédemment (Éq. (1.9)) par

$$U_{pixel} = \frac{Nb_{pixel\_mélange}}{Nb_{pixel\_total}}$$

En plus des propriétés physiques des fluides utilisés, il est également important d'avoir une durée adéquate des cycles de mélange entre la prise d'images pour ne pas provoquer trop de périodes d'accélération et de décélération du mélangeur. En effet, des cycles d'agitations trop courts pourraient modifier (à hausse ou à la baisse) le temps nécessaire à la décoloration comparativement au temps obtenu pour un cycle continu. La durée du cycle continu peut être obtenue par essais et erreurs en augmentant graduellement le temps d'agitation jusqu'à ce que la première image montre un changement de couleur complet. Pour tous nos essais, nous avons donc fixé la durée minimale des cycles de mélange à 15 % du temps requis pour la décoloration complète en continu. À cette valeur, aucun écart significatif n'a été constaté.

Le dispositif expérimental pour capter les images numériques de la décoloration du fluide est montré à la Figure 2.9. À des intervalles de temps réguliers, le contenant est retiré du mélangeur pour être photographié à l'intérieur d'un bassin rempli d'eau qui minimise les distorsions optiques dues à la courbure du contenant. Une source lumineuse est placée derrière le bassin où une feuille de papier blanche tient le rôle de diffuseur de lumière. Un appareil photo numérique haute résolution (Canon, Rebel XTi) placé devant le bassin permet de capter les images de l'évolution de la décoloration entre chaque cycle de mélange.

Une solution aqueuse de bromocresol pourpre (0.04% massique) est employée comme indicateur pour colorer le glycérol. Celui-ci a la propriété de changer de couleur avec le pH de la solution à laquelle il est mélangé, c'est-à-dire qu'il prend la couleur jaune en milieu acide ( $\text{pH} < 5.2$ ) et pourpre en milieu basique ( $\text{pH} > 6.8$ ). Avant chaque essai, le glycérol est amené à sa couleur pourpre en y mélangeant des quantités de bromocresol et de solution basique de glycérol à 1% massique de NaOH 5 Mol/ $\ell$  qui correspondent respectivement à 0.5% et 0.25% du volume totale de glycérol. Une première image est prise au début de chaque essai pour capter la couleur pourpre initiale de la solution.

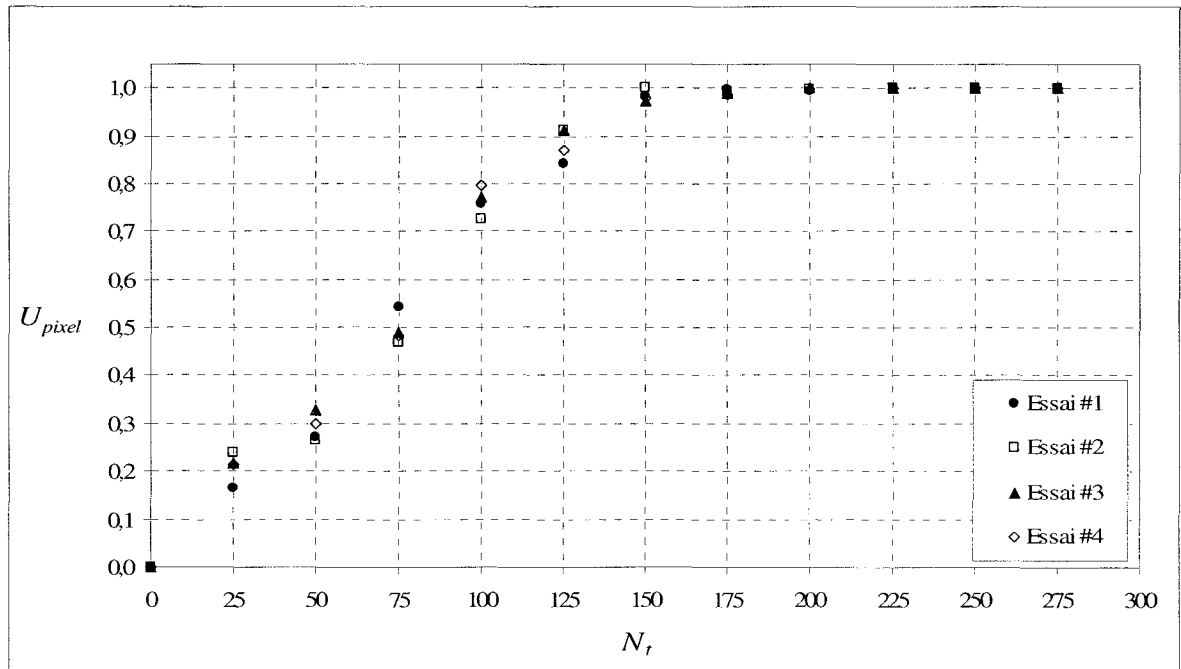
qui correspond au rapport entre le nombre de pixels dits mélangés ( $Nb_{pixel\_mélangé}$ ) et le nombre de pixels total de l'image ( $Nb_{pixel\_total}$ ). En traçant la valeur de  $U_{pixel}$  en fonction du temps, on obtient la courbe de la cinétique de décoloration apparente du point de vue d'un observateur devant le contenant. Dans le cadre de nos travaux, nous avons défini le temps de mélange expérimental au temps où  $U_{pixel} = 0.98$ . Dans le cas où aucun point expérimental sur le graphique ne correspond à cette valeur, une interpolation linéaire est effectuée pour estimer une valeur approximative du temps de mélange.

En plus d'offrir la possibilité de calculer un temps de mélange, la technique de la décoloration permet également de visualiser la dispersion spatiale du traceur en suivant l'évolution du changement de couleur, ce que nous tenterons également de corréler avec la modélisation CFD au chapitre 3.

### 2.6.2 Résultats expérimentaux

Le temps de mélange a été déterminé expérimentalement avec le mélangeur G-Mixer 1600 ( $n = -2.25$ ,  $k = 3.3$ ,  $\alpha = 0.79$  rad) pour  $Re = 350$ , un rapport de forme du glycérol de  $F = 1.3$  et un nombre de Froude de  $Fr = 1.1$ . Nous avons choisi de faire nos essais à un faible  $Re$  pour obtenir un temps de mélange relativement élevé qui nous permet de faire plusieurs mesures d'uniformité transitoires avant la décoloration complète. Par des essais en agitation continue, nous avons observé une décoloration complète du glycérol après un temps adimensionnel de  $N_t = 165$ . La durée des cycles d'agitation entre la prise d'image est fixée à  $N_t = 25$ , ce qui correspond à notre critère de 15% du temps nécessaire à la décoloration complète en agitation continue. De plus, étant donné que nous avons adapté la méthode de Cabaret *et al.* (2007b) au MPSL, nous avons réalisé quatre essais pour s'assurer de la reproductibilité de notre méthode.

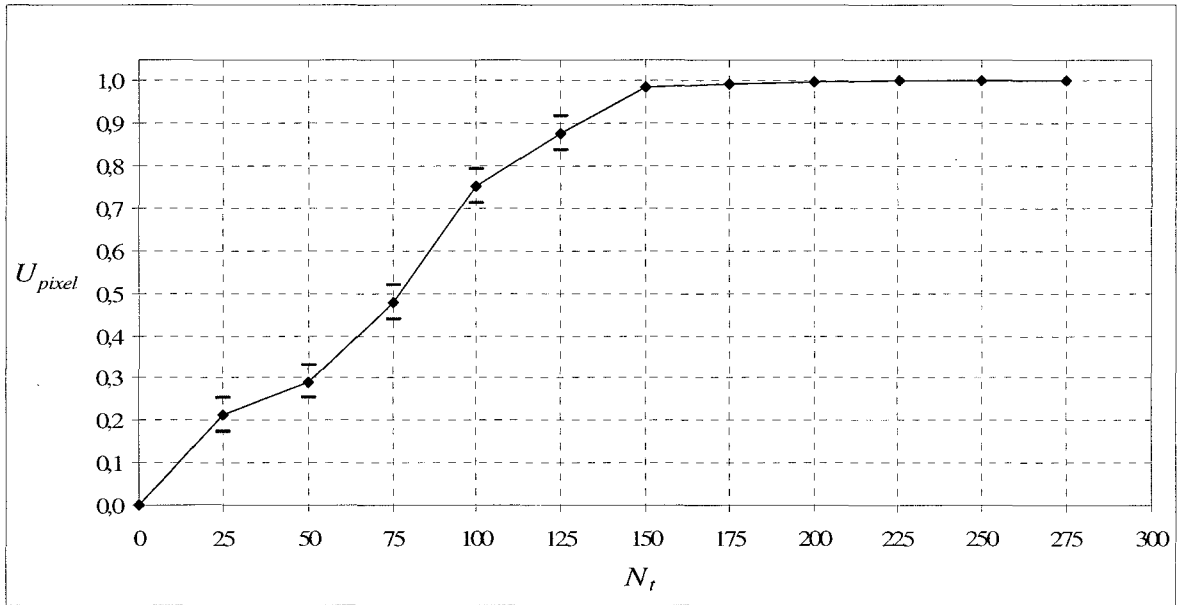
La Figure 2.12 montre la comparaison graphique des mesures d'uniformité  $U_{pixel}$  de chaque essai en fonction de  $N_t$ . On remarque que les mesures des quatre essais sont très semblables et indiquent toutes une uniformité de 1 au alentour de  $N_t=175$ , ce qui représente un écart approximatif de seulement 6% par rapport au temps nécessaire par agitation continue. De la même manière que pour la puissance d'agitation (Éq. (2.4)), nous avons déterminé une incertitude expérimentale de l'uniformité à  $\pm 2\sigma_{U_{pixel}}$  de 0.04 qui indique une bonne répétitivité de notre méthode.



**Figure 2.12 Comparaison de l'uniformité expérimentale des pixels en fonction du temps pour chaque essai.**

Le temps de mélange a été déterminé par la courbe de la valeur moyenne des uniformités montrée à la Figure 2.13. L'erreur de mesure est montrée à chaque point par des bornes supérieures et inférieures. Par interpolation linéaire, le temps de mélange expérimental ( $N_{t_m}$ ) approximatif pour obtenir une uniformité de  $U_{pixel} = 0.98$  est de 147. Cette valeur de temps

de mélange sera comparée au chapitre 3 lors de la validation du modèle numérique décrivant la dynamique du mélange.



**Figure 2.13 Variation de l'uniformité expérimentale moyenne des pixels en fonction du temps.**

## 2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthodologie expérimentale a été présentée. Plus spécifiquement, il s'agissait de montrer les méthodes nécessaires à l'acquisition de données expérimentales sur le MPSL quant à sa consommation en puissance, la topologie de l'écoulement à la surface libre et le temps de mélange. Les résultats qui ont été présentés dans ce chapitre seront utilisés au chapitre 3 pour valider la modélisation numérique CFD du comportement hydrodynamique du MPSL.



## **CHAPITRE 3**

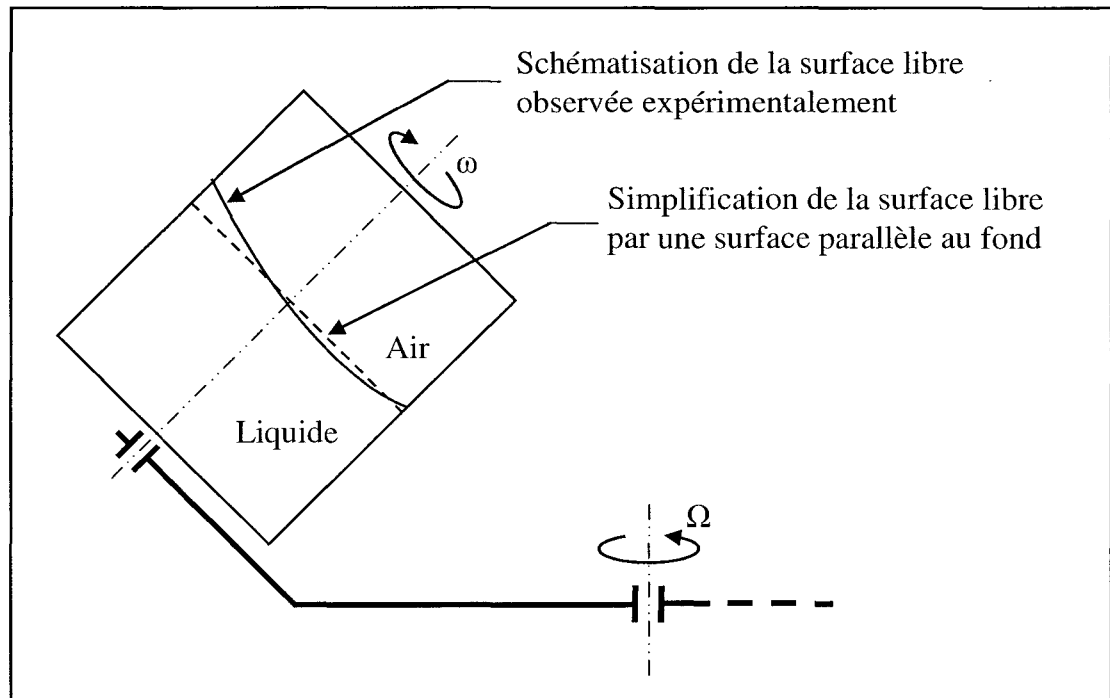
### **MODÉLISATION NUMÉRIQUE**

#### **3.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous décrivons la modélisation numérique CFD du comportement hydrodynamique du MPSL. À cette fin, nous présenterons d'abord la géométrie du domaine à l'étude et les repères de coordonnées nécessaires à sa modélisation. Ensuite, nous examinerons les modèles mathématiques qui décrivent la dynamique de l'écoulement et du mélange suivit des méthodes numériques de solution (discrétisation, algorithme de calcul, etc.). Nous poursuivrons avec les mesures quantitatives que nous utiliserons pour analyser les résultats numériques et caractériser le MPSL. Nous conclurons ce chapitre avec la validation de la discrétisation spatiale et des modèles mathématiques en utilisant les données expérimentales présentées au chapitre 2.

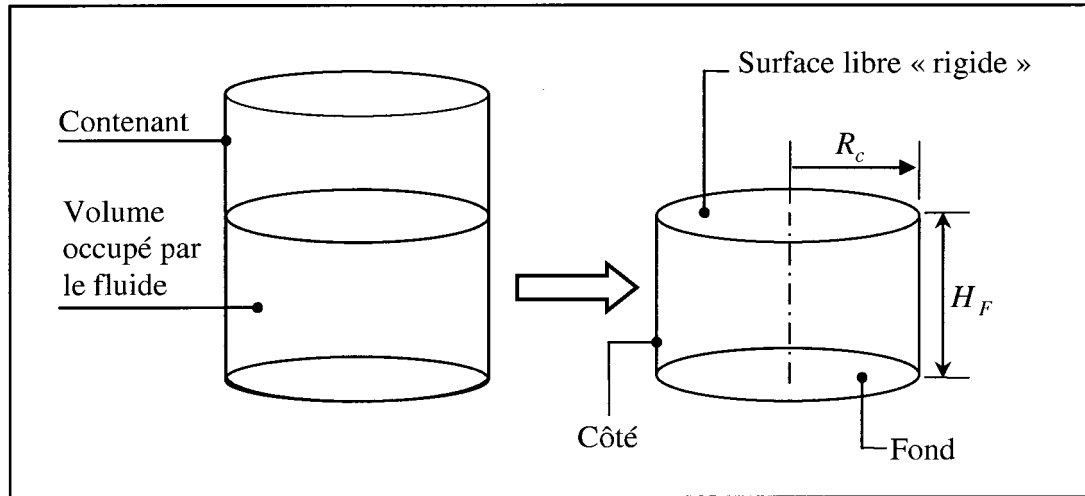
#### **3.2 Description de la géométrie du domaine**

La géométrie du domaine à l'étude représente l'espace occupé par le fluide à l'intérieur d'un contenant cylindrique agité par le MPSL. Par expériences, nous avons observé que pour certaines conditions d'opération du mélangeur, la surface libre du fluide se déforme peu relativement à la hauteur de fluide en demeurant approximativement parallèle au fond du contenant (Figure 3.1). De ce fait, nous simplifierons la géométrie du domaine en modélisant la surface libre du fluide par une surface rigide, imperméable et glissante parallèle au fond du contenant (Figure 3.1). Cette simplification nous évite de tenir compte de la dynamique de la surface qui implique l'utilisation de modèles numériques plus complexe. Une discussion plus détaillée sur la prise en compte de la surface libre par le modèle numérique sera présentée lors de la présentation du modèle de la dynamique de l'écoulement (Section 3.3.2).



**Figure 3.1 Modélisation de la surface libre par une surface parallèle au fond.**

Avec l'hypothèse de la surface libre parallèle au fond du contenant, la géométrie du domaine peut être représentée par un volume cylindrique droit de rayon  $R_c$  et de hauteur  $H_F$  qui représente uniquement le volume du contenant occupé par le fluide (Figure 3.2). Le rapport de forme  $F = H_F/R_c$  des différentes géométries utilisées dans ce travail sera précisé préalablement aux présentations de résultats numériques. Pour distinguer les différentes frontières de la géométrie du fluide, la nomenclature suivante est utilisée : « Fond » pour identifier la surface du bas, « Côté » pour la surface cylindrique latérale et « Surface libre » pour la surface du haut (Figure 3.2).



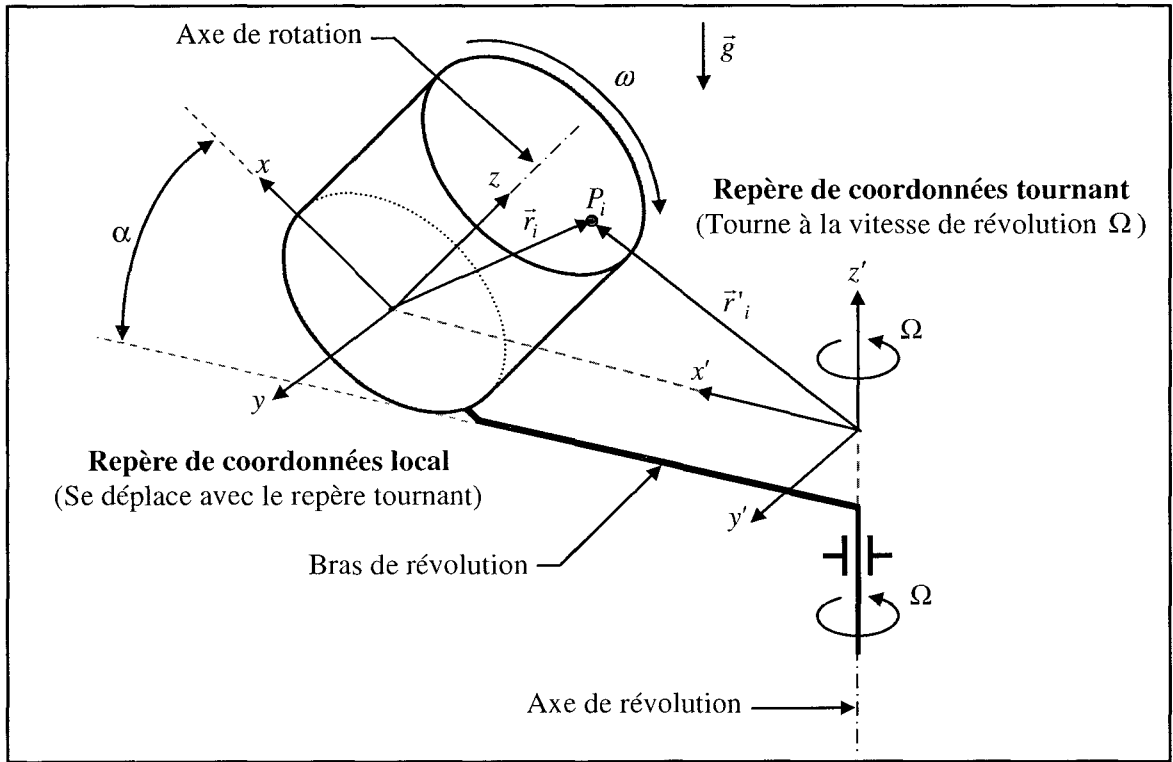
**Figure 3.2 Géométrie du domaine et nomenclature des frontières.**

### 3.3 Systèmes de coordonnées

La modélisation mathématique du MPSL s'est effectuée en considérant deux repères de coordonnées cartésiennes (Figure 3.3). Le premier repère  $(x, y, z)$  est centré à la base de la géométrie du fluide. L'axe  $z$  est aligné avec l'axe de rotation et le plan  $x$ - $z$  est parallèle au bras de révolution. Nous utiliserons ce repère comme référentiel principal pour la modélisation de la géométrie du domaine et le positionnement spatial, qui pour un point  $P_i$ , est décrit par le vecteur

$$\vec{r}_i = x_i \vec{i} + y_i \vec{j} + z_i \vec{k} \quad (3.1)$$

où les vecteurs  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  représentent respectivement les vecteurs unitaires selon les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (Figure 3.3).



**Figure 3.3 Repères de coordonnées utilisés pour la modélisation du MPSL.**

Pour simplifier la modélisation mathématique, nous avons défini un deuxième repère cartésien  $(x', y', z')$  tournant, c'est-à-dire un repère non inertiel qui se déplace avec le contenant à la vitesse angulaire de révolution

$$\vec{\Omega} = \Omega \vec{k}' \quad (3.2)$$

où le vecteur  $\vec{k}'$  est le vecteur unitaire dans la direction  $z'$  (Figure 3.3). Le système tournant est positionné par rapport au repère local de façon à aligner la direction  $z'$  avec l'axe de révolution et à faire coïncider la ligne d'action de l'axe  $x'$  avec l'origine du repère local. Le champ d'accélération gravitationnel s'applique dans la direction de l'axe  $z'$  ( $\vec{g} = -g\vec{k}'$ ).

Avant d'entamer la description des modèles mathématiques, il est important de bien comprendre la distinction entre les deux repères de coordonnées. Le repère tournant effectue le mouvement de révolution avec le contenant à la vitesse angulaire  $\Omega$  (rad/s), ce qui implique qu'un observateur situé dans ce repère observe uniquement le mouvement de rotation du contenant. Le repère local quant à lui est fixe par rapport au repère tournant, c'est-à-dire qu'il effectue également le mouvement de révolution, mais en étant situé à la base du contenant. En d'autres mots, le contenant est en mouvement relatif par rapport aux deux repères de coordonnées. Un observateur situé dans l'un des deux repères ne voit donc que le mouvement de rotation. De plus, tous les calculs de l'écoulement seront effectués dans le repère de révolution.

Le positionnement spatial d'un point  $P_i$  aux coordonnées  $x_i$ ,  $y_i$  et  $z_i$  dans le repère local  $(x, y, z)$  peut être transposé dans le repère tournant  $(x', y', z')$  par le vecteur

$$\vec{r}'_i = [R_0 - (x_i \cdot \cos(\alpha) + z_i \cdot \sin(\alpha))]\vec{i}' + y_i \vec{j}' + [z_i \cdot \cos(\alpha) - x_i \cdot \sin(\alpha)]\vec{k}' \quad (3.4)$$

où  $R_0$ ,  $\alpha$ ,  $\vec{i}'$ ,  $\vec{j}'$  et  $\vec{k}'$  sont respectivement le rayon de révolution, l'angle d'inclinaison du contenant et les vecteurs unitaires selon les trois directions du repère tournant. Les coordonnées  $y_i$  et  $y'_i$  sont de même valeur puisque les plans  $x$ - $z$  et  $x'$ - $z'$  sont alignés (Figure 3.3).

### 3.4 Définition mathématique du problème

#### 3.4.1 Hypothèses et simplifications physiques

Puisqu'il serait irréaliste de modéliser le procédé dans toute sa complexité (changement de phase, réactions chimiques, transfert thermique, etc.), nous allons d'abord simplifier la modélisation en considérant l'agitation d'un fluide newtonien, homogène, incompressible et sans transfert thermique (isotherme). Cette dernière considération nous permet de traiter avec des propriétés constantes de fluide (viscosité et masse volumique). De plus, nous allons restreindre notre modélisation au régime d'écoulement laminaire. Cela est une première approche justifiée par les applications de mélange visées par G-Explore qui touchent plus particulièrement les fluides à haute viscosité (jusqu'à 10 Pa-s).

La modélisation du comportement hydrodynamique du MPSL requiert l'utilisation de deux modèles mathématiques distincts, l'un décrivant la dynamique de l'écoulement et l'autre, celle du mélange. Par expérience, nous avons remarqué que la phase d'accélération du MPSL était suffisamment rapide (2-3 secondes) pour supposer qu'elle n'a pas d'influence significative sur le temps de mélange (supérieur à 20-30 secondes), ce qui est une approximation conservative. Ainsi, en faisant les hypothèses que l'écoulement s'établit rapidement après la phase d'accélération et qu'il possède un régime stationnaire, il nous est alors possible de découpler la physique du problème, c'est-à-dire de résoudre séparément le modèle de la dynamique de l'écoulement et celui du mélange (Alliet-Gaubert *et al.*, 2006; Iranshahi *et al.*, 2006; Marshall et Bakker, 2002). Cela évite d'avoir à intégrer dans le temps les équations de la dynamique de l'écoulement (Navier-Stokes) qui augmenterait considérablement le temps de calcul.

L'approche découplée laisse supposer également que la dynamique du mélange n'a pas d'influence sur la dynamique de l'écoulement, c'est-à-dire le mélange par transport-diffusion d'un scalaire passif (Marshall et Bakker, 2002). À noter que l'on ne pourrait pas procéder ainsi pour le mélange de fluides hétérogènes puisque la dynamique de l'écoulement serait

influencée par la dynamique des différentes phases. Il faudrait alors résoudre simultanément la dynamique de l'écoulement et celle du mélange.

### 3.4.2 Modèle mathématique de la dynamique de l'écoulement

Selon les repères cartésiens définis à la section 3.3, il est possible de simplifier la modélisation de l'écoulement en formulant le problème dans le repère tournant  $(x', y', z')$  qui se déplace conjointement avec le domaine géométrique selon le mouvement de révolution (Figure 3.4). Dans ce repère, la dynamique d'un écoulement incompressible et isotherme est décrite par les équations de Navier-Stokes (N-S) formulée pour un régime stationnaire dans un repère accéléré (Tritton, 1988). Celles-ci caractérisent la conservation de la masse

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.5)$$

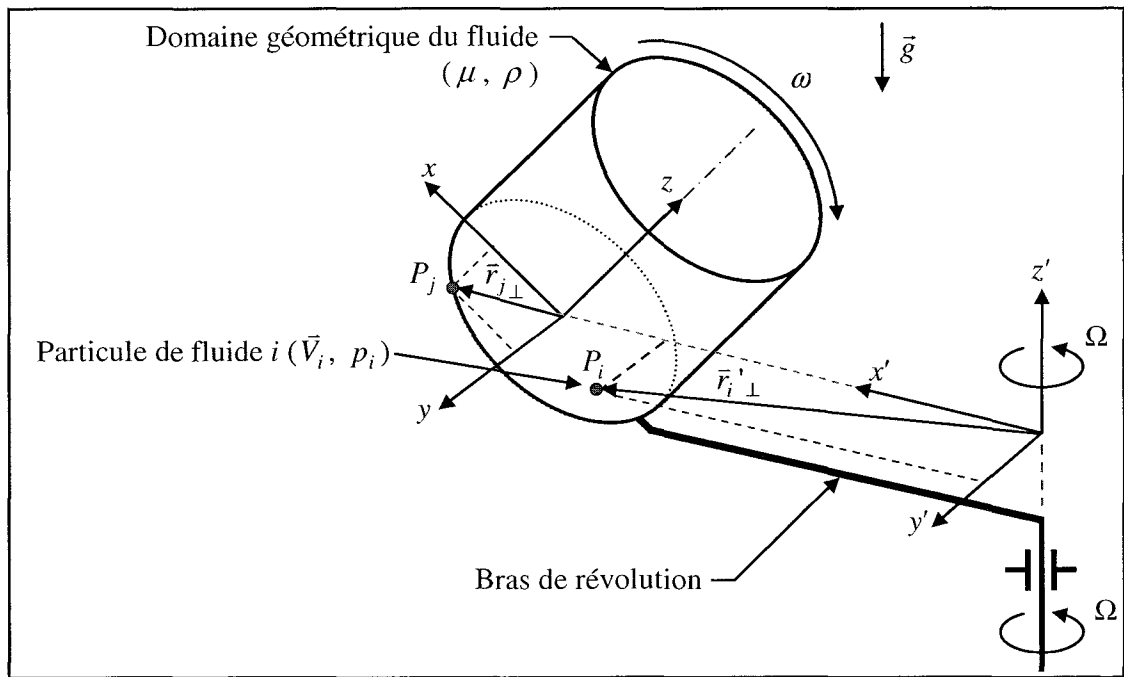
et de la quantité de mouvement

$$\rho \cdot (\vec{\nabla} \cdot (\vec{V}\vec{V}) + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}'_{\perp} + 2\vec{\Omega} \times \vec{V}) = -\vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (3.6)$$

où  $\vec{V}$ ,  $\vec{r}'_{\perp}$ ,  $\vec{\Omega}$ ,  $p$ ,  $\mu$ ,  $\rho$  et  $\vec{g}$  représentent respectivement le vecteur vitesse dans le repère tournant, la distance perpendiculaire avec l'axe de révolution, la vitesse angulaire du système tournant (vitesse de révolution), la pression, la viscosité, la masse volumique et l'accélération gravitationnelle (Figure 3.4). Pour un écoulement décrit dans un repère tournant, le fluide est soumis à des champs d'accélération centrifuge et de Coriolis que le modèle mathématique doit considérer (Tritton, 1988). À l'équation (3.6), ces deux champs d'accélérations sont représentés respectivement par les termes  $\vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r}'_{\perp}$  et  $2\vec{\Omega} \times \vec{V}$ . L'évaluation du terme centrifuge requiert la distance perpendiculaire  $\vec{r}'_{\perp}$  avec l'axe de révolution qui est défini pour un point  $P_i$  par le vecteur

$$\vec{r}_i'_{\perp} = x'_i \vec{i}' + y'_i \vec{j}' + 0\vec{k}' \quad (3.7)$$

où  $x'_i$  et  $y'_i$  sont les coordonnées dans le plan  $x'$ - $y'$  du repère tournant et  $\vec{i}'$ ,  $\vec{j}'$  et  $\vec{k}'$  sont les vecteurs unitaires selon les trois directions de ce même repère (Figure 3.4).



**Figure 3.4 Variables de modélisation de la dynamique de l'écoulement.**

On complète la définition mathématique des équations stationnaires de la conservation de la masse (Eq. (3.5)) et de la quantité de mouvement (Eq. (3.6)) en imposant des conditions aux frontières du domaine. Tel que mentionné à la section 3.1, la surface libre du fluide est modélisée par une surface rigide, glissante et imperméable qui est parallèle au fond du contenant (Figures 3.1 et 3.2). La condition de rigidité est imposée directement par la modélisation d'un domaine à géométrie rigide du fluide. La condition de glissement correspond à un cisaillement négligeable entre le liquide du mélange et l'air. Cela est



représenté par une contrainte de cisaillement  $\bar{\tau}$  nulle du fluide à la surface libre, soit à  $z/H_F = 1$  dans le repère local

$$\bar{\tau} = 0 . \quad (3.8)$$

La condition d'imperméabilité de la surface libre est imposée en définissant cette frontière comme étant du type mur (« Wall »), ce qui implique une composante de vitesse nulle selon la direction  $z$  du repère local à  $z/H_F = 1$

$$u_z = 0 . \quad (3.9)$$

Le mouvement de rotation relatif au repère tournant est défini en imposant aux parois latérales et au fond du domaine géométrique une vitesse du fluide de

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}_\perp \quad (3.10)$$

où

$$\vec{\omega} = \omega \vec{k} . \quad (3.11)$$

Le vecteur  $\vec{r}_{j\perp}$  définit la distance radiale entre un point  $P_j$  sur les parois et l'axe  $z$  du repère local

$$\vec{r}_{j\perp} = x_j \vec{i}' + y_j \vec{j}' + 0 \vec{k} \quad (3.12)$$

où  $x_j$  et  $y_j$  sont les coordonnées dans le plan  $x$ - $y$  du repère local et  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  sont les vecteurs unitaires selon les trois directions de ce même repère (Figure 3.4).

### 3.4.3 Modèle mathématique de la dynamique du mélange

Selon les hypothèses et simplifications physiques émises précédemment, la dynamique du mélange peut être déterminée numériquement à partir d'une modélisation de la dispersion d'un traceur passif effectuée par un champ de vitesse stationnaire préalablement établi. Cette méthode découplée, qui a été utilisée dans de nombreux travaux faisant la caractérisation d'agitateur pour les mélangeurs à cuves agitée, a démontré de très bonnes corrélations avec les temps de mélange obtenus expérimentalement entre autres par la technique de la décoloration (Campolo *et al.*, 2004a; Iranshahi *et al.*, 2007; Javed *et al.*, 2006; Marshall et Bakker, 2002; Montante *et al.*, 2005). Le caractère passif du traceur implique que ce dernier possède les mêmes propriétés physiques (masse volumique et viscosité) que le fluide homogène pour lequel le champ de vitesse a été calculé.

En considérant que le phénomène de base du transport de masse dans un mélangeur fait intervenir les mécanismes de convection et de diffusion (Iranshahi *et al.*, 2007; Paul, Atiemo-Obeng et Kresta, 2004), la dispersion d'un traceur passif peut être modélisée par l'équation de transport-diffusion telle que définie par

$$\frac{\partial}{\partial t}(c) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}c) = \vec{\nabla} \cdot (\Gamma \vec{\nabla} c) \quad (3.13)$$

où  $c$ ,  $\vec{V}$  et  $\Gamma$  sont respectivement la concentration volumique, le vecteur vitesse et le coefficient de diffusion du traceur (Marshall et Bakker, 2002). La concentration volumique  $c_i$  pour un volume de fluide  $V_i$  est définie par

$$c_i = \frac{V_{traceur_i}}{V_i} \quad (3.14)$$

où  $V_{traceur_i}$  est le volume de traceur contenu dans le volume de fluide considéré. À l'équation (3.13), les termes  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{V}c)$  et  $\vec{\nabla} \cdot (\Gamma \vec{\nabla} c)$  représentent respectivement les flux convectif et diffusif. Le coefficient de diffusion  $\Gamma$  est une propriété qui dépend du milieu dans lequel le traceur se situe. Dans le cadre de nos travaux, nous utiliserons une valeur typique de coefficient de diffusion pour les liquides, c'est-à-dire  $\Gamma = 1 \times 10^{-9} \text{ (m}^2 \text{ s}^{-1}\text{)}$  (Montante *et al.*, 2004; Montante *et al.*, 2005).

Pour compléter l'équation (3.13), nous imposons comme condition aux frontières un gradient nul de la concentration du traceur ( $c$ ) aux parois

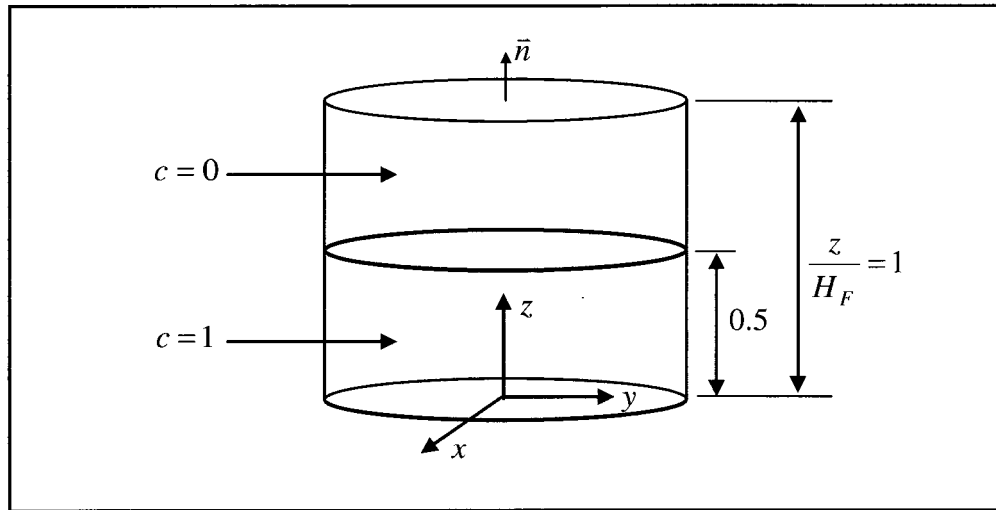
$$\left. \frac{\partial c}{\partial \vec{n}} \right|_{Paroi} = 0 \quad (3.15)$$

où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire perpendiculaire aux parois dirigé vers l'extérieur du domaine géométrique (Figure 3.5) (Iranshahi *et al.*, 2007).

Concernant les conditions initiales de l'équation (3.13), elles doivent indiquer l'état initial du profil de la concentration du traceur dans tout le domaine. Par exemple, considérons un traceur qui occupe 50% du volume du domaine tel qu'illustré à la Figure 3.5. Pour ce cas, les conditions initiales seraient les suivantes :

$$\text{pour } \frac{z}{H_F} \leq 0.5, \quad c = 1 \quad (3.16)$$

$$\text{pour } \frac{z}{H_F} > 0.5, c = 0. \quad (3.17)$$



**Figure 3.5 Conditions initiales et aux frontières pour le modèle de la dynamique du mélange.**

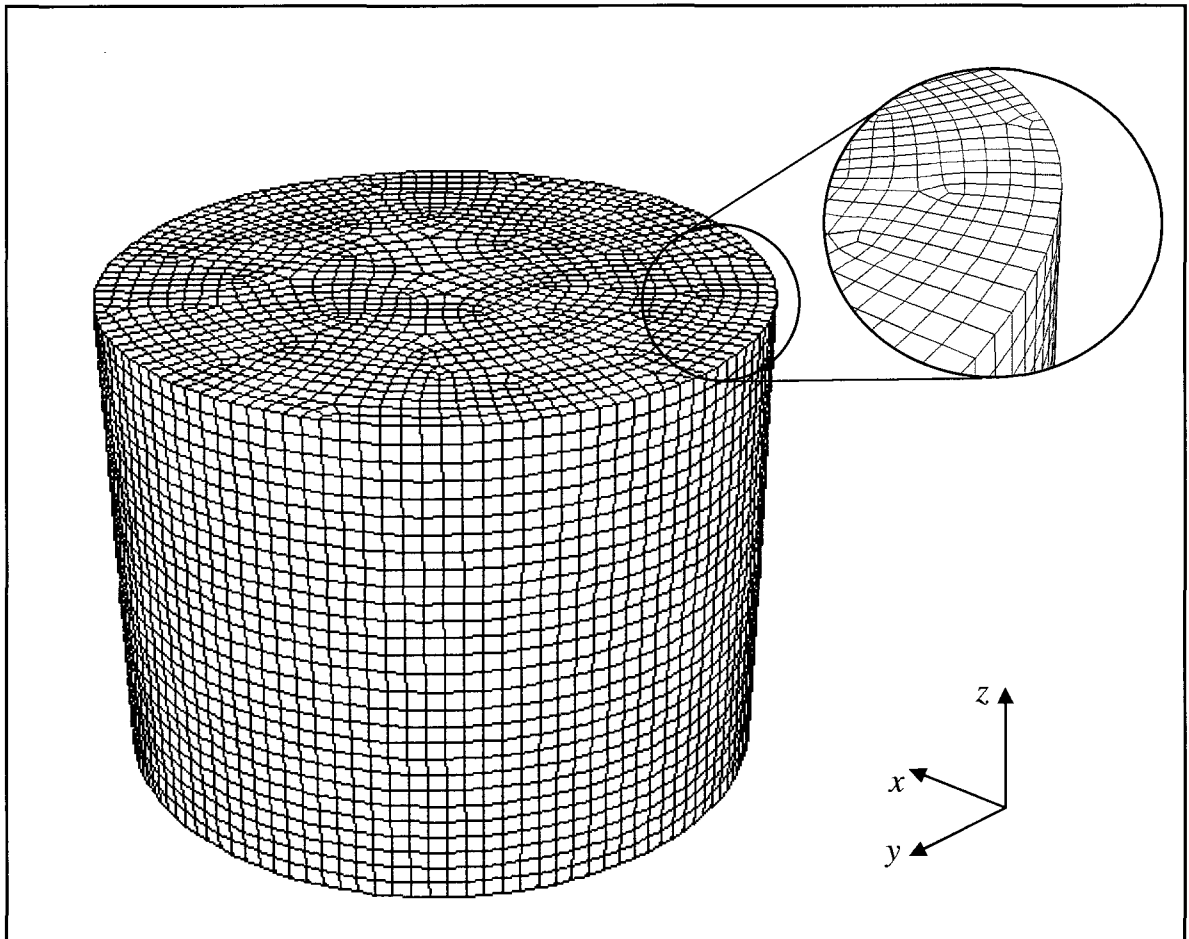
### 3.5 Méthodes numériques

La solution des modèles mathématiques de la dynamique de l'écoulement et du mélange est effectuée en utilisant le code commercial de CFD FLUENT (version 6.3.26) qui est basé sur la méthode des volumes finis (Patankar, 1980). Pour plus de détails sur les différentes méthodes numériques cités dans les prochaines sections, il convient de référer au guide de l'utilisateur du logiciel (FLUENT, 2006) ou aux références plus spécifiques mentionnées au cours du texte.

Aux sections suivantes, nous présentons la discrétisation du domaine géométrique du fluide, la discrétisation des équations, les méthodes de solutions numériques et les ressources de calcul.

### 3.5.1 Discrétisation du domaine géométrique

La discrétisation du domaine géométrique du fluide est effectuée à l'aide du module de maillage GAMBIT (version 2.4.6). Nous discrétisons la géométrie en utilisant des volumes hexaédriques à 8 nœuds formant un maillage non uniforme dans le plan  $x$ - $y$  et uniforme selon la direction  $z$ . Un exemple de maillage est montré à la Figure 3.6. La taille des volumes sera définie lors de la validation de la discrétisation spatiale à la section 3.7.1.



**Figure 3.6 Exemple de maillage.**

### 3.5.2 Discrétisation des équations

Concernant la dynamique de l'écoulement, nous utilisons le schéma de discrétisation spatiale de 3<sup>e</sup> ordre MUSCL (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws) (Van Leer, 1979) pour discrétiser l'équation de conservation de la quantité de mouvement (Éq. (3.6)) et le schéma de 2<sup>e</sup> ordre PRESTO! (PREssure STaggering Option) pour l'équation de conservation de masse (Eq. (3.5)). Le schéma PRESTO! est une adaptation du schéma pour les maillages alternés (« Staggered-Grid ») structurés (Patankar, 1980) aux maillages non structurés (Versteeg *et al.*, 2007). Ce schéma est recommandé principalement pour la modélisation des écoulements en rotation qui peuvent provoquer des gradients de pression élevés.

Pour la discrétisation spatiale de l'équation de transport-diffusion du traceur (Éq. (3.13)), nous utilisons le schéma de 3<sup>e</sup> ordre MUSCL tel qu'utilisé pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement (Éq. (3.6)).

### 3.5.3 Solution des équations

La solution stationnaire de l'écoulement est effectuée en utilisant le solveur itératif Pressure-Based de FLUENT et un algorithme de calcul couplé (« Coupled ») (Versteeg et Malalasekera, 2007). Cet algorithme, comparativement à un algorithme de calcul de type « Segregated », peut améliorer le taux de convergence de la solution particulièrement dans le cas des écoulements de fluides visqueux, mais requière de 1.5 à 2 fois plus de mémoire. Nous définissons la convergence de la solution stationnaire de l'écoulement par une valeur normalisée des résidus des variables de vitesse et de pression de  $1 \times 10^{-6}$ .

La solution non stationnaire de l'équation de transport-diffusion du traceur (Éq. (3.13)) est intégrée dans le temps en utilisant à nouveau le solveur itératif Pressure-Based et un schéma

implicite de 2<sup>e</sup> ordre (Fletcher, 1991). La convergence de la solution sera vérifiée par la valeur normalisée de son résidu dont nous fixons la valeur convergée à  $1 \times 10^{-6}$ .

#### 3.5.4 Ressources de calcul

Toutes les simulations pour ce projet de recherche ont été réalisées sur le « cluster » BOREAS du LATNA (Laboratoire d'Aérodynamique et Thermique Numériques Appliquées) de l'École de technologie supérieure. Ce « cluster » dispose de 58 nœuds (mémoire vive de 16GB par nœud) chacun composé de deux processeurs Quad Core (Intel XEON E5405, 2 GHz) d'une mémoire vive de 16 GB pour un total de 464 CPU et une mémoire vive de 928 GB. Les nœuds sont reliés entre eux par un réseau InfiniBand et la puissance totale de calcul a été évaluée à 3 Tflops (« Benchmark » HPL).

En raison de grand nombre de simulations à réaliser et de la taille de nos maillages, tous nos calculs (dynamique de l'écoulement et temps de mélange) seront effectués en calcul parallèle en utilisant 8 CPU par simulation. En limitant le nombre de CPU par simulation à 8, on évite ainsi le transfert de données entre les nœuds qui pourrait ralentir nos calculs. La méthode « Principal Axes » de FLUENT est employée pour partitionner le maillage. À titre de référence, le temps de calcul à 8 CPU pour un maillage composé d'environ 920 000 volumes est d'environ 30 minutes pour la solution stationnaire de l'écoulement et de 15h pour effectuer 50 000 pas de temps d'intégration de la concentration du traceur.

### 3.6 Mesures quantitatives de la caractérisation hydrodynamique

Dans la littérature, une grande variété de mesures sont utilisées pour décrire le comportement hydrodynamique d'un mélangeur à partir de données issues d'analyses numériques CFD (Alliet-Gaubert *et al.*, 2006; Ascanio, Foucault et Tanguy, 2003; Campolo et Soldati, 2004a; Jaworski *et al.*, 2000; Lamberto, Alvarez et Muzzio, 1999; Marshall et Bakker, 2002; Montante *et al.*, 2005). Ces mesures se regroupent selon deux catégories, celles dites globales qui représentent une quantité intégrée sur l'ensemble ou une portion du domaine (Ex. : puissance) et les mesures locales qui représentent une quantité à des endroits bien spécifiques du domaine (Ex. : lignes de courant). Sauf à quelques occasions, nous utiliserons des mesures globales pour caractériser le MPSL et en se limitant aux quatre mesures les plus souvent rencontrées, soit la puissance d'agitation, le flux axial, l'intensité d'agitation et le temps de mélange décrit respectivement aux sections 3.6.1 à 3.6.4.

#### 3.6.1 Puissance d'agitation

Tel que mentionné au chapitre 1, la puissance d'agitation est l'une des principales quantités utilisées pour décrire le comportement hydrodynamique d'un mélangeur. Elle représente l'énergie par unité de temps qui est consommée par l'écoulement du fluide. Sachant que l'énergie fournie à un fluide doit éventuellement être dissipée par celui-ci, la puissance d'agitation peut être reliée à la dissipation visqueuse ( $\Phi$ ), qui pour un fluide newtonien incompressible, a été définie précédemment telle que (Éq. (1.7))

$$\Phi = 2 \left[ \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right]^2 + \left[ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right]^2$$



où  $u_x$ ,  $u_y$  et  $u_z$  sont les trois composantes du vecteur vitesse (Panton, 2005). De là, la puissance d'agitation  $P$  est déterminée par l'intégrale de la dissipation visqueuse  $\Phi$  sur tout le volume du domaine ( $V_{tot}$ ) (Éq. (1.6))

$$P = \int_{tot} \mu \cdot \Phi dV$$

où  $\mu$  (Pa-s) est la viscosité dynamique du fluide homogène.

Les travaux faisant l'étude des mélangeurs à cuves agitée utilisent également le couple appliqué à l'agitateur pour calculer la puissance transmise au fluide (Alliet-Gaubert *et al.*, 2006; Cabaret *et al.*, 2007a; Foucault, Ascanio et Tanguy, 2005). Par analogie au MPSL, la puissance d'agitation peut également être obtenue via le couple visqueux total  $T_{v\ paroi}$  (N-m) appliqué aux parois latérales et du fond du domaine géométrique par la relation

$$P = T_{v\ paroi} \cdot \omega \quad (3.18)$$

où  $\omega$  (rad/s) est la vitesse angulaire de rotation du contenant. La valeur du couple visqueux est obtenue directement par le module de post-traitement des résultats de FLUENT qui intègre la contrainte de cisaillement aux parois. Lors de la validation des modèles numériques, nous examinerons si les résultats obtenus par ces deux méthodes sont bien équivalents.

Nous caractériserons la puissance d'agitation par le nombre de puissance  $N_p$  tel que défini précédemment par (Éq. (2.6))

$$N_p = \frac{P}{\rho \cdot \Omega^3 \cdot R_0^5}$$

où  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>),  $\Omega$  (rad/s) et  $R_0$  (m) sont respectivement la masse volumique du fluide homogène, la vitesse de révolution et le rayon de révolution.

### 3.6.2 Flux axial

Le flux axial ( $Q_a$ ) est une mesure qui est utilisée pour décrire l'écoulement du fluide dans la direction verticale du contenant. Pour le MPSL, il correspond au volume de fluide par unité de temps qui s'écoule selon la direction  $z$  (vers le haut ou vers le bas) au travers d'un plan perpendiculaire à l'axe du contenant tel que définit par

$$Q_a(z) = \int_A u_z^+ dA = \int_A u_z^- dA \quad (3.19)$$

où  $A$ ,  $u_z^+$  et  $u_z^-$  sont respectivement l'aire du plan et les composantes positive et négative verticales du vecteur vitesse (Alliet-Gaubert *et al.*, 2006; Farhat *et al.*, 2007; Iranshahi *et al.*, 2006). L'équation (3.19) implique la conservation de la masse par l'égalité des débits massiques vers le haut et vers le bas. Pour décrire le flux axial, on utilise généralement sa valeur moyenne ( $Q_a^{moy}$ ) que l'on obtient en calculant celui-ci sur une série de plans au travers la hauteur de fluide ( $H_F$ ). Pour ce travail, nous proposons d'évaluer le flux axial moyen par

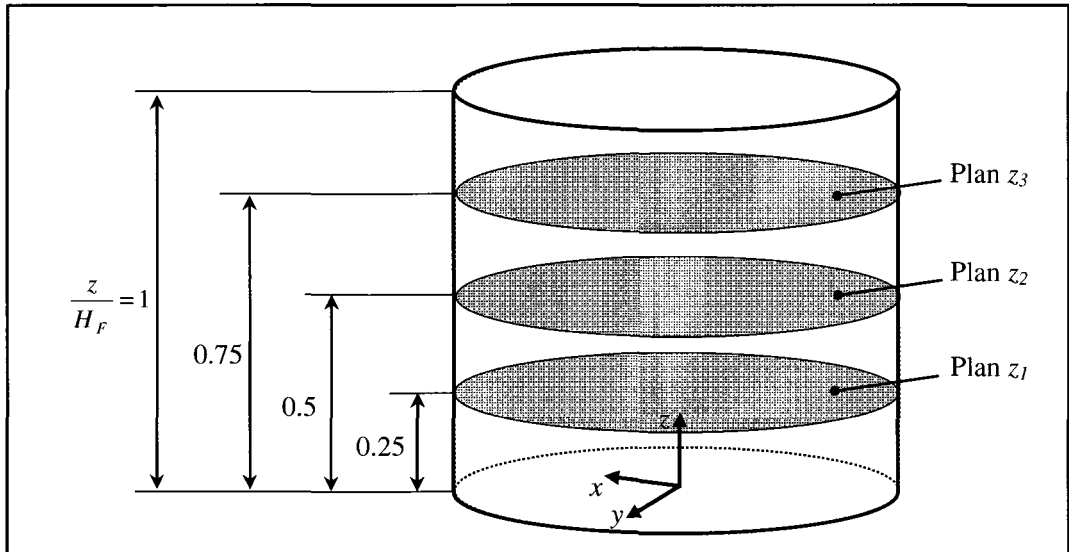
la moyenne arithmétique des flux axiaux à trois hauteurs ( $z_1, z_2, z_3$ ) du domaine en définissant trois plans équidistants de la section transversale du contenant (Figure 3.7)

$$Q_a^{moy} = \frac{Q_a(z_1) + Q_a(z_2) + Q_a(z_3)}{3}. \quad (3.20)$$

Comme pour la puissance d'agitation, nous caractériserons le flux axial moyen par sa valeur adimensionnel  $N_{Q_a^{moy}}$  définie par

$$N_{Q_a^{moy}} = \frac{Q_a^{moy}}{\Omega \cdot R_0^3} \quad (3.21)$$

où  $\Omega$  (rad/s) est la vitesse de révolution et  $R_0$  (m) est le rayon de révolution.



**Figure 3.7 Positions des plans horizontaux pour le calcul des flux axiaux.**

### 3.6.3 Intensité d'agitation

Le flux axial moyen présenté précédemment fournit une première mesure de la tridimensionnalisation de l'écoulement en quantifiant l'échange vertical de fluide. Toutefois, cette quantité ne constitue pas une mesure complète de l'agitation tridimensionnelle globale du fluide puisqu'elle ne prend pas en compte les composantes  $u_x$  et  $u_y$  du vecteur vitesse. Dans les travaux portant sur les mélangeurs à cuves agitées, on utilise plutôt l'indice d'agitation  $I_g$  pour décrire plus spécifiquement l'intensité d'agitation tridimensionnelle du fluide

$$I_g = \frac{\bar{V}}{V_{tip}} \quad (3.22)$$

où  $\bar{V}$  et  $V_{tip}$  sont respectivement la vitesse moyenne du fluide dans la cuve et la vitesse au bout de l'agitateur (Alliet-Gaubert *et al.*, 2006; Mavros *et al.*, 1997). D'un concept similaire à l'indice  $I_g$ , nous avons opté pour le MPSL de d'écrire l'intensité d'agitation par la mesure de l'énergie cinétique  $E_k$  ( $\text{m}^2/\text{s}^2$ ) par unité de masse du fluide que nous avons défini par

$$E_k = \frac{1}{2 \cdot V_{tot}} \int_V \|\bar{V}_{eff}\|^2 dV \quad (3.23)$$

où  $V$ ,  $V_{tot}$ , et  $\|\bar{V}_{eff}\|$  sont respectivement le volume, le volume total du domaine et le module du vecteur de la vitesse effective du fluide. La vitesse effective correspond à la vitesse du fluide du point de vue d'un observateur qui se déplace avec le contenant dans son mouvement combiné de révolution et de rotation. Il est plus pratique de définir l'énergie cinétique avec la vitesse effective puisqu'on s'intéresse à l'intensité d'agitation du fluide qui

collabore directement au mélange, c'est-à-dire son mouvement relatif au contenant. La vitesse effective s'obtient en soustrayant un champ de vitesse de rotation uniforme au champ de vitesse du fluide dans le repère de révolution

$$\vec{V}_{eff} = (u_x - y_i \cdot \omega) \vec{i} + (u_y + x_i \cdot \omega) \vec{j} + u_z \vec{k} \quad (3.24)$$

où  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  sont les trois composantes du vecteur de la vitesse obtenue dans le repère de révolution,  $\omega$  (rad/s) est la vitesse de rotation et où  $x_i$  et  $y_i$  sont les coordonnées d'un point  $P_i$  dans le repère local au contenant. Le nombre adimensionnel de l'énergie cinétique  $N_{E_k}$  est défini par

$$N_{E_k} = \frac{E_k}{\Omega^2 \cdot R_0^2} \quad (3.25)$$

où  $\Omega$  (rad/s) est la vitesse de révolution et  $R_0$  (m) est le rayon de révolution.

### 3.6.4 Temps de mélange

Pour caractériser plus spécifiquement l'efficacité d'homogénéisation du MPSL, nous utilisons la mesure du temps de mélange qui est basée sur le calcul de la dispersion d'un traceur passif (Éq. (3.13)) dans un champ d'écoulement stationnaire préalablement calculé. En connaissant l'évolution temporelle du champ de la concentration volumique du traceur ( $c$ ) dans tout le domaine, l'homogénéité spatiale du traceur peut être calculée en utilisant l'indice d'uniformité  $U_{CV}$  défini précédemment (Éq. (1.11)) par

$$U_{CV} = 1 - \frac{\sigma_c}{\bar{c}}$$

où  $\sigma_c$  et  $\bar{c}$  représentent respectivement l'écart type spatial et la moyenne de la concentration volumique du traceur dans tout le domaine. La concentration moyenne correspond au ratio (Éq. (1.13))

$$\bar{c} = \frac{V_{traceur}}{V_{total}}$$

où  $V_{traceur}$  est le volume total de traceur dans le domaine et  $V_{total}$  est le volume total du domaine. L'écart type de la concentration est déterminé par (Éq. (1.14))

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{V_{tot}} \int (c - \bar{c})^2 dV}$$

où  $c$  est la concentration volumique du traceur dans une cellule. Le temps de mélange ( $N_{t_m}$ ) correspond au temps physique où l'indice d'uniformité  $U_{CV}$  atteint une valeur cible, par exemple 0.90 ou 0.95. Le temps de mélange adimensionnel ( $N_{t_m}$ ), qui correspond à un nombre de tours de révolution, s'obtient à partir de l'équation (1.20)

$$N_{t_m} = \frac{t_m}{t_e \cdot 2\pi}$$

### 3.6.5 Énergie de mélange

L'énergie de mélange adimensionnelle ( $N_{Em}$ ) représente le coût énergétique relié à l'atteinte d'une homogénéité suffisante dans le contenant. Elle s'obtient simplement par le produit du nombre de puissance ( $N_P$ ) et du temps de mélange ( $N_{tm}$ ) (Marshall et Bakker, 2002)

$$N_{Em} = N_P \cdot N_{tm} . \quad (3.26)$$

### 3.7 Validation des calculs et des modèles

Un élément essentiel à toute simulation numérique est la validation des modèles mathématiques utilisés. Pour ce faire, les résultats numériques sont comparés à des données expérimentales afin d'indiquer la justesse des résultats que les modèles sont capables d'offrir pour représenter le phénomène physique étudié. Dans ce travail, la validation des modèles est effectuée avec les données expérimentales présentées au chapitre 2. Pour s'assurer de comparer tous les résultats sous les mêmes bases, on reproduira numériquement les essais expérimentaux selon les valeurs des paramètres adimensionnels  $Re$ ,  $F$ ,  $k$ ,  $Fr$ ,  $n$  et  $\alpha$ .

Tout d'abord, nous validerons les calculs en déterminant une résolution de la discrétisation spatiale (maillage) qui assure que les résultats en sont indépendants. Ensuite, le modèle mathématique de la dynamique de l'écoulement sera validé quantitativement en comparant les résultats de la puissance d'agitation et qualitativement en comparant la structure spatiale de l'écoulement à la surface libre. Pour conclure, nous procéderons à une validation quantitative et qualitative du modèle de mélange en comparant respectivement le temps de mélange et la visualisation de la décoloration.

### 3.7.1 Validation de la discrétisation spatiale

La validation de la discrétisation spatiale est effectuée en appliquant la procédure décrite par Celik *et al.* (2008). Celle-ci définit l'incertitude numérique reliée à la discrétisation spatiale par l'indice GCI (« Grid Convergence Index ») qui est déterminé pour chaque variable pertinente à l'étude par une méthode de convergence de mailles basée sur la méthode d'extrapolation de Richardson (Roache, 1994).

La procédure consiste d'abord à choisir trois résolutions de maillage que l'on identifie dans ce travail par la taille moyenne adimensionnelle  $h_i$  des cellules définit telle que

$$h_i = \frac{1}{R_c} \cdot \left( \frac{V_{total}}{N_i} \right)^{1/3} \quad (3.27)$$

où  $R_c$ ,  $V_{total}$  et  $N_i$  sont respectivement le rayon du contenant, le volume total du domaine géométrique et le nombre de cellule total du  $i^e$  maillage. Le facteur de raffinement  $r$  des maillages qui correspond au ratio

$$r = \frac{h_{grossier}}{h_{fin}} \quad (3.28)$$

doit être supérieur à  $r = 1.3$ . Dans notre cas, nous l'avons fixé à  $r = 1.4$ , ce qui implique que

$$r_{21} = \frac{h_2}{h_1} = r_{32} = \frac{h_3}{h_2} = 1.4 \quad (3.29)$$



où  $h_1 < h_2 < h_3$ . La taille des trois maillages utilisés pour notre analyse, qui est présentée au Tableau 3.1, a été établie par des essais préliminaires. Le maillage 1 est le plus grossier et le 3 le plus raffiné.

Tableau 3.1

Maillages analysés pour la validation de la discrétisation spatiale

Maillages	$h_i$	$N_i$
1	$33.0 \times 10^{-3}$	107 543
2	$23.5 \times 10^{-3}$	307 390
3	$16.8 \times 10^{-3}$	919 684

Ensuite, on effectue les simulations pour déterminer les valeurs des variables  $\phi$  importantes à l'étude pour chaque maillage. Dans notre cas, il s'agit de déterminer la puissance d'agitation ( $N_P$ ) (par la dissipation visqueuse), le flux axial moyen ( $N_{Q_a^{moy}}$ ), l'énergie cinétique ( $N_{E_k}$ ) et le temps de mélange ( $N_{t_m}$ ). Pour chaque variable, on calcule ensuite le taux de convergence apparent,  $p$ , de la méthode, qui lorsque le facteur de raffinement des maillages est constant ( $r_{21} = r_{32}$ ), est défini par

$$p = \frac{1}{\ln(r_{12})} \left| \ln \left| \varepsilon_{32} / \varepsilon_{21} \right| \right| \quad (3.30)$$

où  $\varepsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2$ ,  $\varepsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1$  et  $\phi_i$  représente la solution d'une variable pour le  $i^e$  maillage. Une valeur de l'ordre apparent  $p$  semblable à celle du schéma de discrétisation utilisé (ici 3<sup>e</sup> ordre) est une bonne indication que le maillage est dans sa zone asymptotique. De là, on

calcul pour chaque variable leur indice GCI qui indique l'incertitude numérique reliée à la discrétisation spatiale, qui pour le maillage le plus fin, est défini par

$$GCI_{fin}^{21}(\%) = \frac{1.25 \cdot e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \cdot 100 \quad (3.31)$$

où  $e_a^{21}$  est l'écart relatif entre les valeurs d'une variable pour les maillages  $N_1$  et  $N_2$  tel que défini par

$$e_a^{21} = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right|. \quad (3.32)$$

Les simulations pour chaque maillage ont été effectuées pour les valeurs de paramètres adimensionnels indiquées au Tableau 3.2 qui correspondent à la configuration et à un régime d'opération typique du mélangeur G-Mixer 1600. Le pas de temps adimensionnel utilisé pour la solution non stationnaire du traceur est de 0,02 ( $1 \times 10^{-3}$  s) et le temps de mélange correspond au temps où l'indice d'uniformité  $U_{cv}$  atteint la valeur de 0.90.

Tableau 3.2

Valeur des paramètres adimensionnels pour la validation du maillage

$Re$	$n$	$k$	$F$	$\alpha$	$Fr$
2500	-2.25	4.0	1.5	0.79 rad	3.0

Les valeurs de l'ordre apparent  $p$  et de l'incertitude numérique GCI de chaque variable pour le maillage 3 sont regroupées au Tableau 3.3. On constate qu'avec une incertitude inférieure à 3% et un taux de convergence apparent relativement près de l'ordre du schéma utilisé (3<sup>e</sup> ordre), le maillage 3 offre pour l'ensemble des variables une indépendance adéquate des résultats face à la discrétisation spatiale. Nous utiliserons donc pour l'ensemble de nos simulations une taille de cellule moyenne  $h$  de  $16.8 \times 10^{-3}$  (919 684 cellules).

Tableau 3.3

Incrtitude numérique GCI pour les mesures hydrodynamiques

$\phi$	$N_P$	$N_{Q_a^{moy}}$	$N_{E_k}$	$N_{t_m}$
GCI	1.23%	1.04%	1.35%	2.91%
$p$	2.97	2.57	2.21	2.35

Pour compléter la validation de la discrétisation spatiale, nous avons également suivi la variation du nombre de Reynolds de maille ( $Re_D$ )

$$Re_D = Re \cdot \frac{h}{R_0} \quad (3.33)$$

où  $Re$ ,  $h$  et  $R_0$  sont respectivement le nombre de Reynolds (voir Tableau 1.2), la taille d'une cellule et le rayon de révolution (Fletcher, 1991). Le Tableau 3.4 affiche pour chaque maillage les valeurs maximums, minimums et moyennes de  $Re_D$  calculées dans le repère de révolution. La valeur moyenne est obtenue par la moyenne pondérée sur le volume des cellules du maillage. Avec un  $Re_D$  minimum et moyen respectivement de 2.22 et de 4.28,

nous considérons que le maillage 3 offre une précision acceptable des résultats dans un contexte d'une étude paramétrique comparative.

Tableau 3.4

Valeurs des Reynolds de maille pour chaque maillage

Maillages	$Re_D$ (min)	$Re_D$ (max)	$Re_D$ (moy)
1	4,42	19,69	8,79
2	3,17	13,60	6,09
3	2,22	9,78	4,28

### 3.7.2 Validation du modèle de la dynamique de l'écoulement

La puissance d'agitation est utilisée pour la validation quantitative du modèle décrivant la dynamique de l'écoulement. La puissance d'agitation a été évaluée expérimentalement au chapitre 2 par la mesure de la puissance électrique du moteur du mélangeur. Au point de vue numérique, nous avons vu précédemment qu'elle peut être déterminée de deux façons, soit à partir du champ de vitesse par intégration de la dissipation visqueuse ( $\Phi$ ) (Éq. (1.7)) sur le domaine ou à partir du couple visqueux aux parois (Éq. (3.18)).

Pour comparer adéquatement les résultats numériques, ceux-ci doivent indiquer comme pour les données expérimentales la puissance d'agitation telle que ressentie à l'arbre du moteur. À cette fin, pour la méthode basée sur la dissipation visqueuse, la puissance d'agitation  $P$  (W) doit être transposée en la divisant d'abord par la vitesse angulaire de rotation  $\omega$  (rad/s) pour obtenir le couple visqueux équivalent aux parois  $T_{v_{paroi}}$  (n-m) défini par

$$T_{v_{paroi}} = \frac{P}{\omega}. \quad (3.34)$$

Ensuite, le couple visqueux est divisé par le rayon de la piste de roulement  $R_2$  (m) ce qui donne la force tangentielle  $F_t$  (N) de réaction sur la piste de roulement induite par l'écoulement (Figure 3.8)

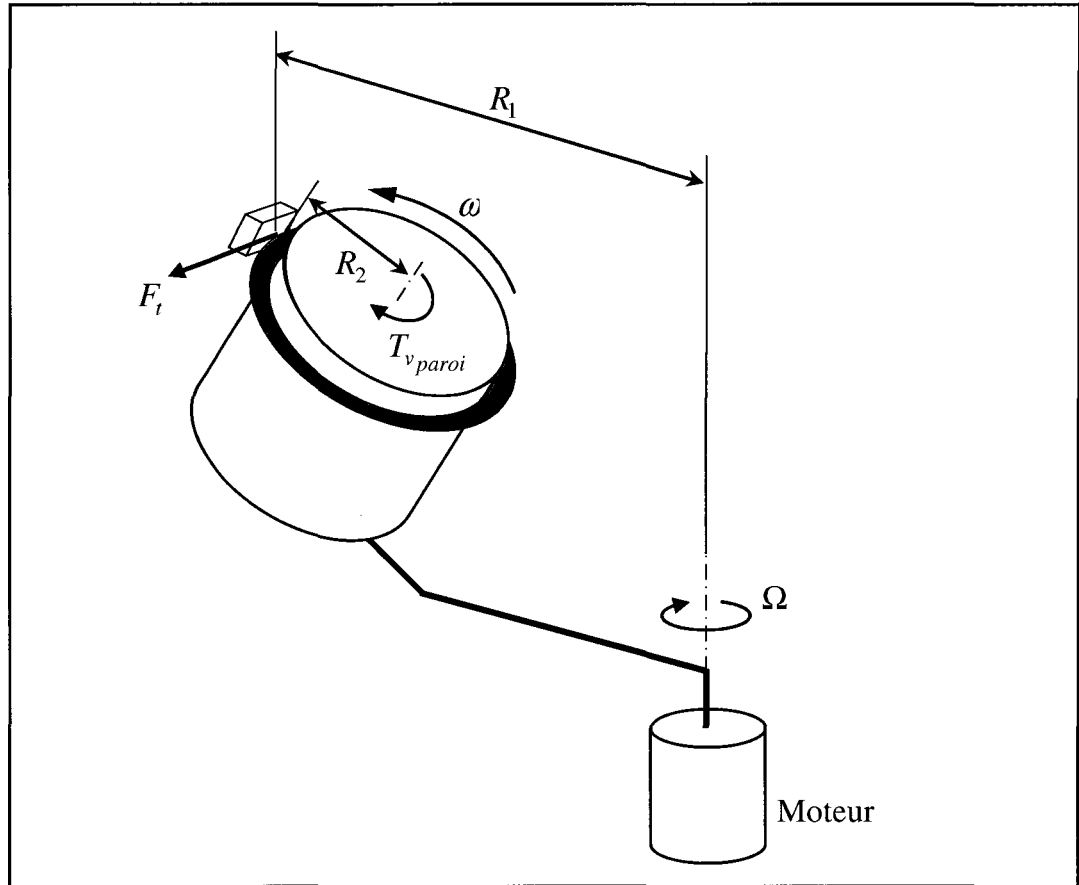
$$F_t = \frac{T_{v_{paroi}}}{R_2}. \quad (3.35)$$

Finalement, on multiplie la force  $F_t$  par le rayon intérieur de la piste de roulement  $R_1$  (m) et par la vitesse angulaire de révolution  $\Omega$  (rad/s) et on obtient la puissance d'agitation  $P_{moteur}$  (W) telle que ressentie à l'arbre du moteur

$$P_{moteur} = F_t \cdot R_1 \cdot \Omega \quad (3.36)$$

On procède de la même manière à partir de l'équation (3.35) pour la deuxième méthode où le couple visqueux résultant aux parois est obtenu directement avec le module de post-traitement de FLUENT. La valeur adimensionnelle de  $P_{moteur}$  a été définie précédemment par l'équation (2.6) telle que

$$N_{P_{moteur}} = \frac{P_{moteur}}{\rho \cdot \Omega^3 \cdot R_0^5}.$$



**Figure 3.8 Transposition de la puissance d'agitation à l'arbre du moteur.**

Les solutions numériques de la dynamique de l'écoulement ont été effectuées pour les valeurs de paramètres adimensionnels du Tableau 3.5 qui représentent les essais expérimentaux sur la puissance d'agitation présentés au chapitre 2.

Tableau 3.5

Valeurs des paramètres adimensionnels des essais expérimentaux  
sur la puissance d'agitation

$Re$	$n$	$k$	$F$	$\alpha$	$Fr$
500 - 4000	-2.25	3.3	1.3 et 1.6	0.79 rad	1.2 – 10.70

Avant de comparer les données numériques et expérimentales, nous avons validé que les deux méthodes numériques pour déterminée la puissance d'agitation étaient équivalentes. Le Tableau 3.6 montre la comparaison des résultats obtenus avec les méthodes basées sur la dissipation visqueuse et le couple visqueux aux parois pour les deux valeurs de  $F$ . Pour tous les résultats, l'écart est inférieur à l'incertitude GCI (1.23%) pour la puissance d'agitation déterminé précédemment (Tableau 3.3) ce qui confirme que les deux méthodes sont bien équivalentes.

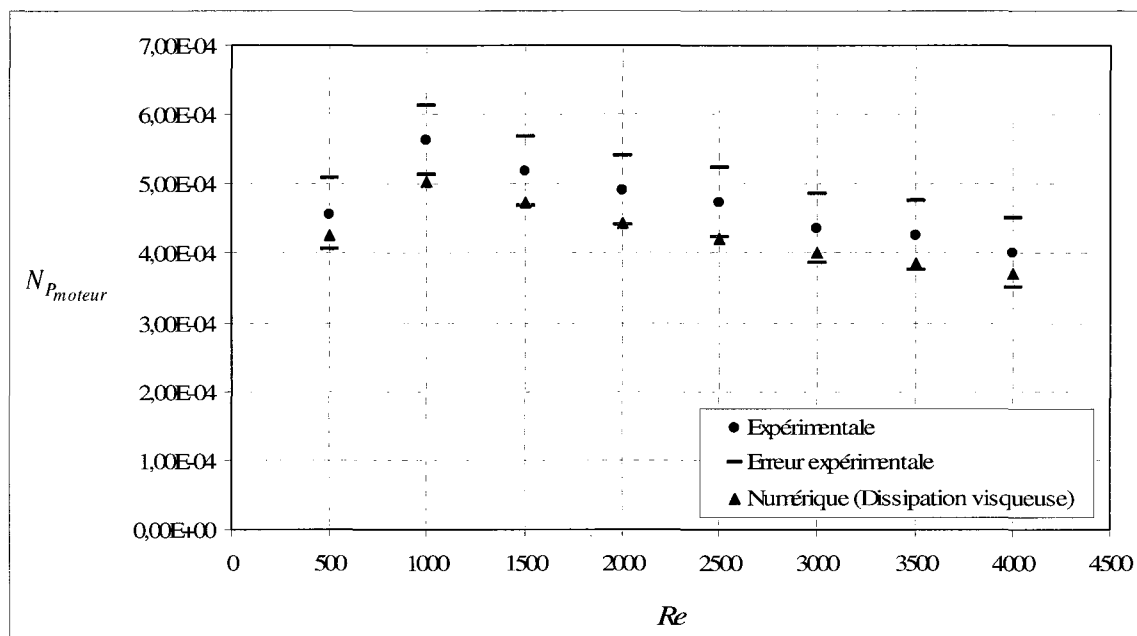
Les Figures 3.9 et 3.10 montrent respectivement la comparaison graphique des résultats numériques et expérimentaux de  $N_{P_{moteur}}$  en fonction de  $Re$  pour  $F = 1.3$  et  $1.6$ . Les résultats numériques sont ceux obtenus par la dissipation visqueuse. On remarque d'abord que pour les deux valeurs de  $F$ , le modèle numérique tend à sous-estimer légèrement la valeur de la puissance d'agitation. Malgré cela, les résultats numériques demeurent à l'intérieur ou très près de la plage d'incertitude expérimentale. De plus, ils indiquent correctement la croissance de la puissance jusqu'à une certaine valeur de  $Re$  ( $Re = 1000$  pour  $F = 1.3$  et  $Re = 1500$  pour  $F = 1.6$ ) et la diminution de celle-ci au-delà de ce  $Re$ . Avec un écart maximal entre les valeurs nominales de 12.6% pour  $F = 1.3$  et de 8.7% pour  $F = 1.6$ , on peut conclure avec ces résultats que le modèle numérique sur la dynamique de l'écoulement représente assez bien la puissance d'agitation du MPSL.

Tableau 3.6

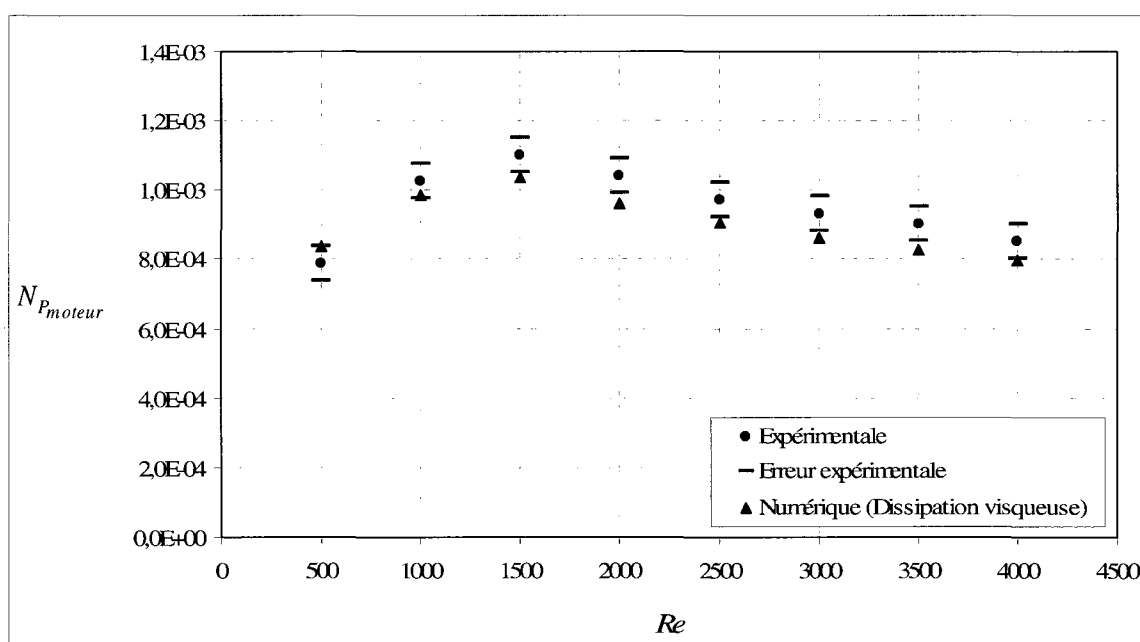
Comparaison de la puissance d'agitation obtenue numériquement par la dissipation visqueuse et le couple visqueux aux parois

<b><math>F = 1.3</math></b>			
<b><math>Re</math></b>	<b><math>N_{P_{moteur}}</math> (Dissipation)</b>	<b><math>N_{P_{moteur}}</math> (Couple)</b>	<b>Écart (%)</b>
500	4,25E-04	4,28E-04	0,74%
1000	5,04E-04	5,10E-04	1,10%
1500	4,73E-04	4,77E-04	0,95%
2000	4,43E-04	4,48E-04	0,98%
2500	4,20E-04	4,24E-04	1,01%
3000	4,01E-04	4,05E-04	0,88%
3500	3,85E-04	3,90E-04	1,21%
4000	3,72E-04	3,76E-04	1,18%
<b><math>F = 1.6</math></b>			
<b><math>Re</math></b>	<b><math>N_{P_{moteur}}</math> (Dissipation)</b>	<b><math>N_{P_{moteur}}</math> (Couple)</b>	<b>Écart (%)</b>
500	8,39E-04	8,48E-04	1,10%
1000	9,87E-04	9,97E-04	1,01%
1500	1,04E-03	1,04E-03	0,58%
2000	9,64E-04	9,72E-04	0,80%
2500	9,08E-04	9,18E-04	1,02%
3000	8,64E-04	8,73E-04	0,97%
3500	8,28E-04	8,37E-04	1,07%
4000	7,98E-04	8,06E-04	0,99%





**Figure 3.9** Comparaison des valeurs numériques et expérimentales de la puissance d'agitation au moteur pour  $F = 1.3$ .



**Figure 3.10** Comparaison des valeurs numériques et expérimentales de la puissance d'agitation au moteur pour  $F = 1.6$ .

Nous avons également procédé une validation qualitative du modèle de l'écoulement qui consiste à comparer les résultats numériques de la structure spatiale de l'écoulement avec les images expérimentales du mouvement de fines granules agitées à la surface libre par le mélangeur G-Mixer 5G. Au chapitre 2, nous avons déterminé des nombres de Stokes des particules expérimentales de  $Stk = 0.037$  et  $0.044$  qui indiquaient que celles-ci avaient un comportement passif par rapport à l'écoulement. Cela nous permet donc de comparer directement les trajectoires (« *Pathline* ») de particules passives à la surface libre calculées par le modèle numérique avec les visualisations expérimentales.

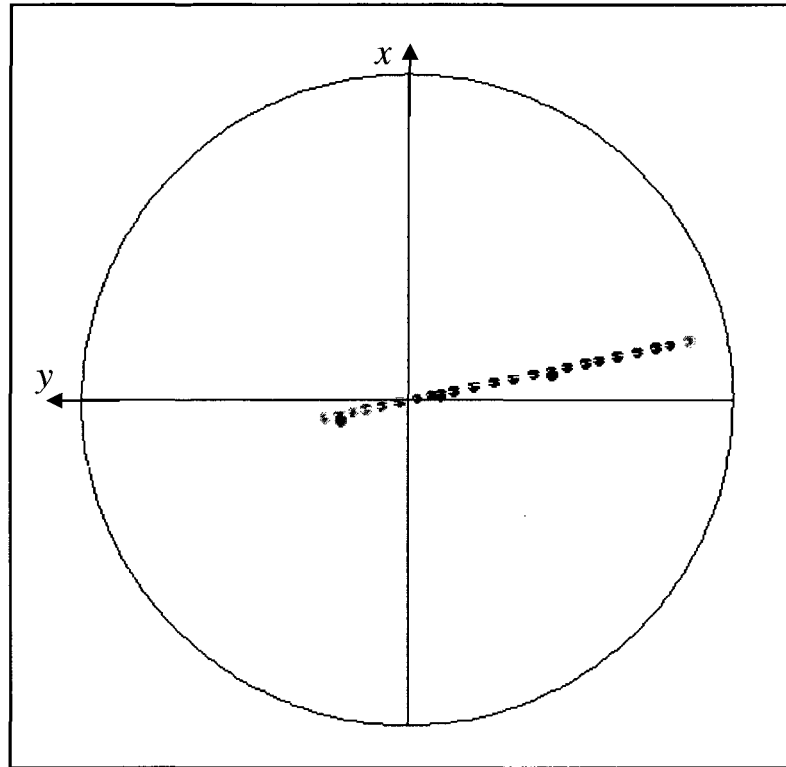
Les simulations de la solution stationnaire de l'écoulement ont été effectuées pour les valeurs des paramètres adimensionnels des essais expérimentaux sur la topologie de l'écoulement résumées au Tableau 3.7.

Tableau 3.7

Valeurs des paramètres adimensionnels pour les essais sur la structure spatiale de l'écoulement à la surface libre

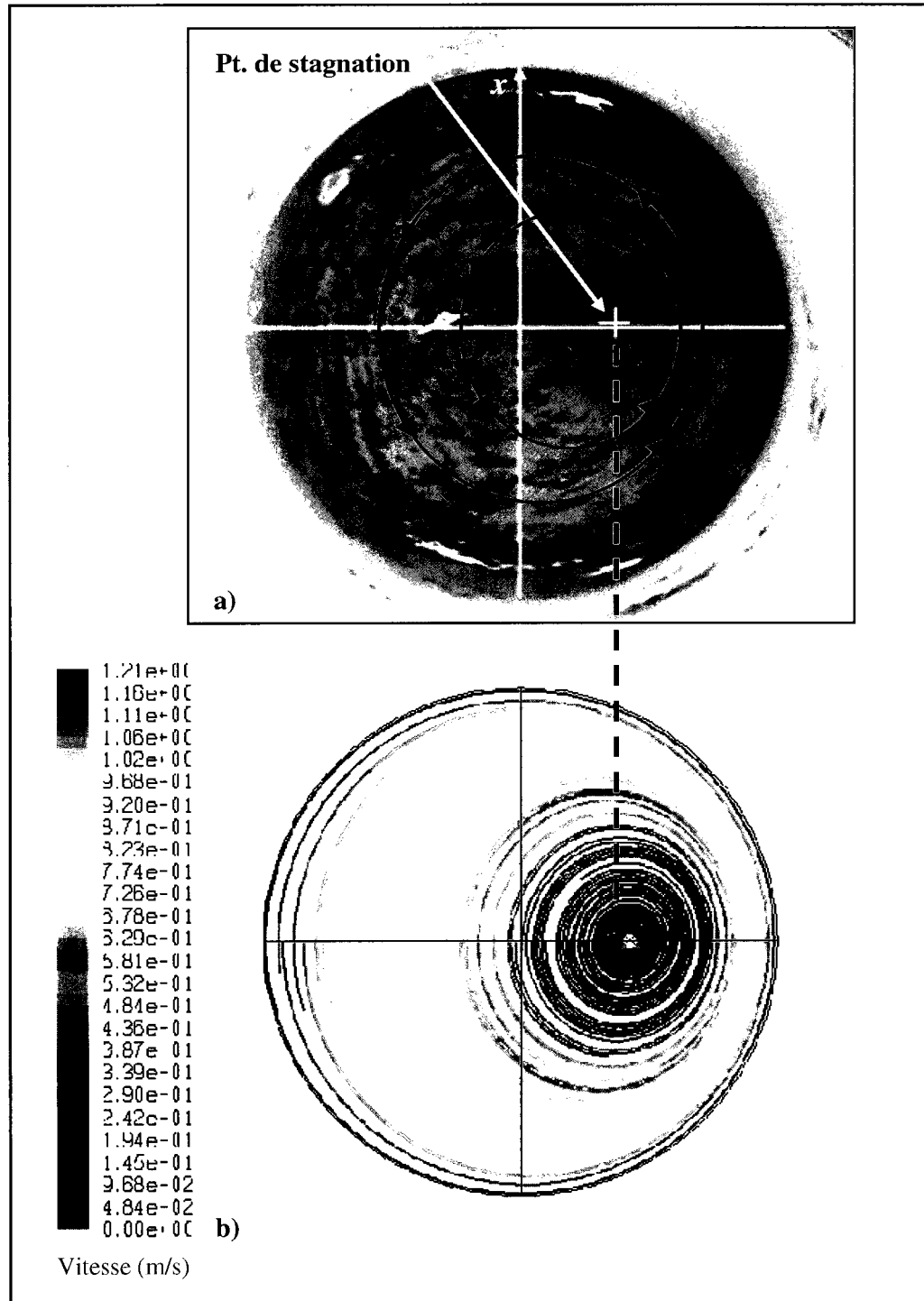
$Re$	$Fr$	$n$	$k$	$F$	$\alpha$
1000	1.3	-1.9	4.50	0.7	0.79 rad
1250	1.8				

Les trajectoires des particules passives ont été déterminées pour l'équivalent d'une rotation complète du contenant. Pour le cas à  $Re = 1000$ , les points de départ des particules sont sur l'axe  $y$  et sur une ligne inclinée pour  $Re = 1250$  (Figure 3.11).



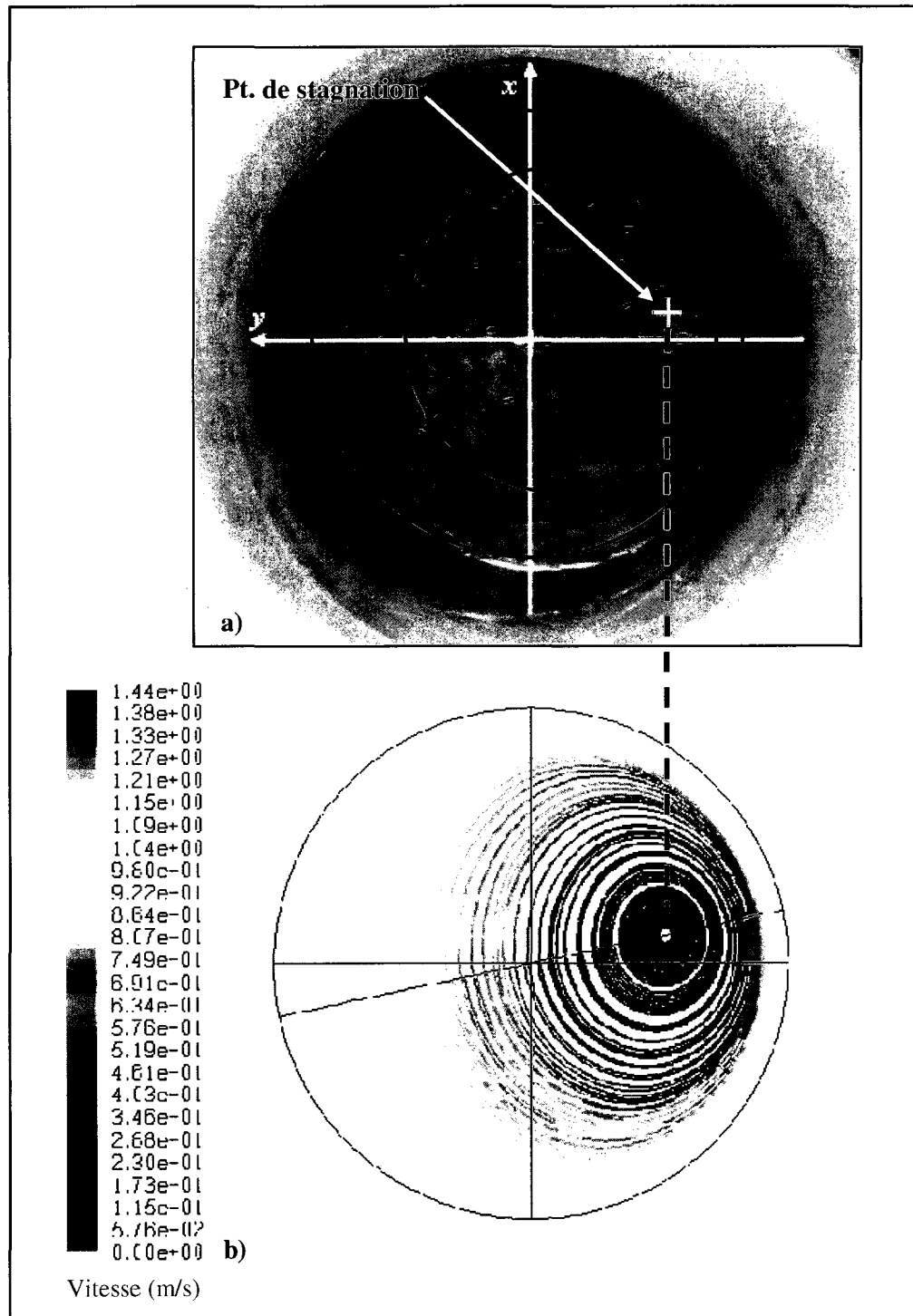
**Figure 3.11 Points de départ des particules passives à la surface libre à  $Re = 1250$ .**

Les Figures 3.12 et 3.13 montrent respectivement la comparaison visuelle des structures spatiales de l'écoulement à la surface libre pour  $Re = 1000$  et  $1250$ . On remarque que pour les deux  $Re$ , le modèle numérique prédit très bien la position du point de stagnation de même que les trajectoires elliptiques des particules. Il semble seulement y avoir une légère différence sur la position du point de stagnation à  $Re = 1000$ . Néanmoins, on peut conclure que le modèle de la dynamique de l'écoulement offre une très bonne corrélation avec les résultats expérimentaux de la structure spatiale de l'écoulement à la surface libre.



**Figure 3.12** Comparaison qualitative de la structure d'écoulement de particules passives à la surface libre ( $Re = 1000$ ).

a) Image expérimentale, b) Modèle numérique



**Figure 3.13 Comparaison qualitative de la structure d'écoulement de particules passives à la surface libre ( $Re = 1250$ ).**

a) Image expérimentale, b) Modèle numérique

### 3.7.3 Validation du modèle de la dynamique de mélange

Une validation quantitative du modèle de la dynamique de mélange est effectuée en comparant le temps de mélange prédit numériquement par la dispersion d'un traceur passif avec celui obtenu expérimentalement avec la technique de la décoloration. Telle que montrée au chapitre 2, cette technique nous a permis de déterminer un temps de mélange à partir de l'analyse des images de la décoloration du glycérol.

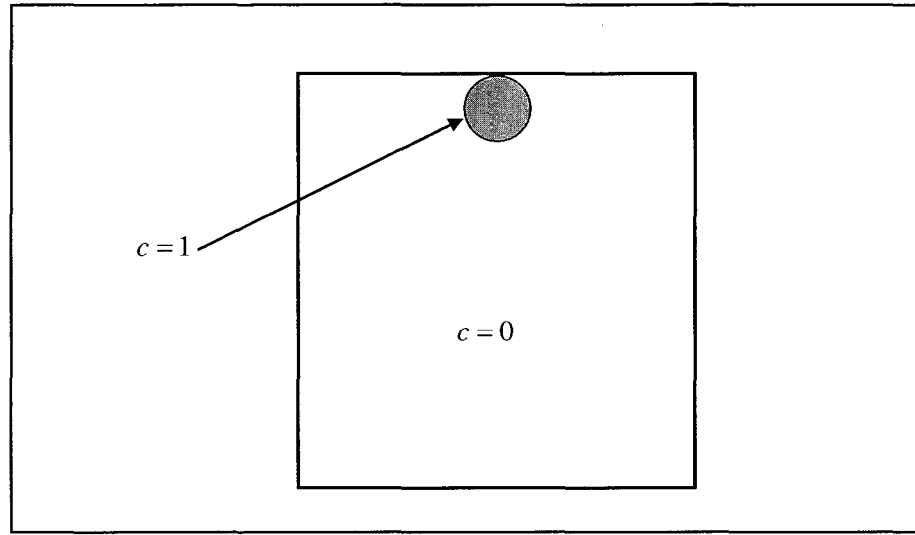
Tableau 3.8

Paramètres adimensionnels de l'essai expérimental du temps de mélange

$Re$	$n$	$k$	$F$	$\alpha$	$Fr$
350	-2.25	3.3	1.3	0.79 rad	1.1

Pour reproduire numériquement l'essai expérimental, la solution stationnaire de l'écoulement a d'abord été faite pour les mêmes valeurs de paramètres adimensionnels qui sont résumées au Tableau 3.8. Ensuite, en utilisant le champ de vitesse stationnaire, la solution non stationnaire de l'équation de transport-diffusion du traceur a été effectuée avec un pas de temps adimensionnel de  $N_t = 0.01$  ( $1 \times 10^{-3}$  s). Le profil initial de la concentration volumique du traceur expérimental à reproduire numériquement est montré à la Figure 3.14. Une concentration de  $c=1$  est imposée à l'intérieur d'un volume sphérique positionné au centre sous la surface libre et de  $c=0$  dans tout le reste du domaine. La concentration moyenne du traceur ( $\bar{c}$ ), qui correspond au rapport entre le volume total de traceur et celui du domaine, est de

$$\bar{c} = \frac{V_{traceur}}{V_{tot}} = 6,25 \times 10^{-3}. \quad (3.37)$$

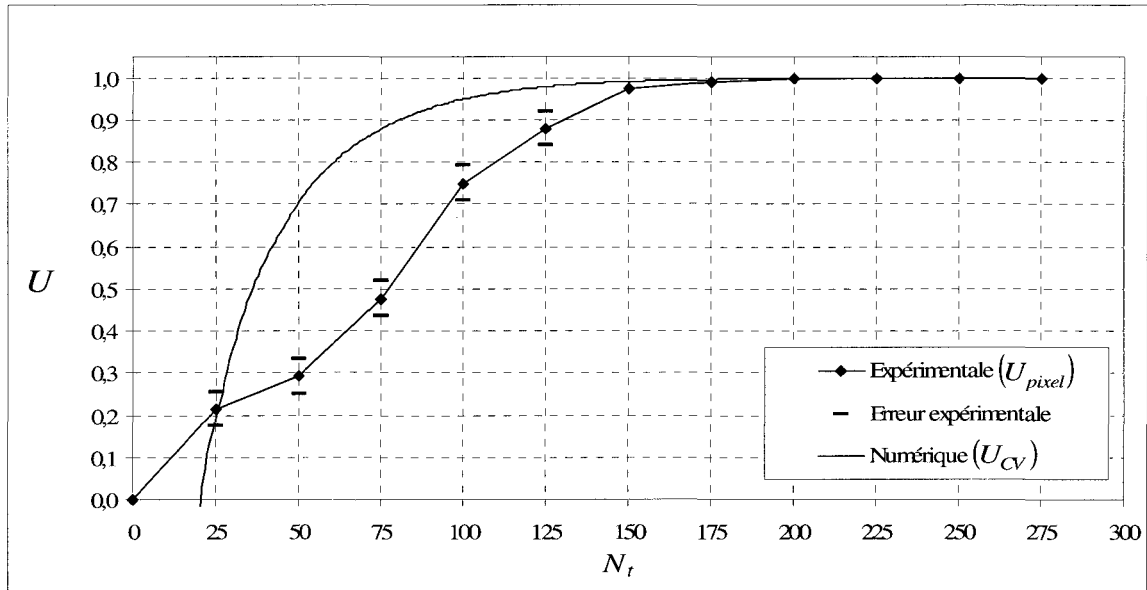


**Figure 3.14 Profil initial expérimental de la concentration du traceur.**

L'indice d'uniformité  $U_{CV}$  du traceur obtenu numériquement est tracé en fonction du temps adimensionnel à la Figure 3.15 conjointement aux données expérimentales de l'indice  $U_{pixel}$ . D'emblée, on remarque que les deux courbes ne montrent pas la même variation de l'uniformité dans leur portion transitoire. Cette différence est le plus probablement attribuable au caractère différent des deux méthodes de mesure. En effet, la mesure expérimentale ( $U_{pixel}$ ), qui est bornée entre 0 et 1, indique l'uniformité du traceur à partir d'une projection en deux dimensions d'un phénomène tridimensionnel de décoloration tandis que la mesure numérique ( $U_{CV}$ ), bornée d'une valeur négative à 1, indique l'uniformité globale du traceur dans tout le volume. Ce faisant, les deux mesures peuvent être comparées uniquement à des valeurs d'uniformité près de  $U = 1$ , c'est-à-dire là où les deux mesures convergent (Chhabra *et al.*, 2007).

Pour une uniformité de 0.98, le modèle numérique ( $U_{CV}$ ) indique un temps de mélange de  $N_{t_m} = 127$  comparativement à la mesure expérimentale qui indique un temps de mélange approximatif de  $N_{t_m} = 147$ . Cela représente un écart relatif de 13.6% entre les valeurs numériques et expérimentales, ce qui est comparable aux écarts moyens de 12% et 14%

obtenus par Iranshahi *et al.* (2007) qui utilise la technique de la décoloration pour valider leur temps de mélange numériques d'un mélangeur à cuve agitée. On conclut alors que le modèle numérique du mélange prédit avec une assez bonne précision le temps de mélange expérimental pour le MPSL.



**Figure 3.15** Comparaison de l'uniformité expérimentale et numérique du traceur en fonction du temps.

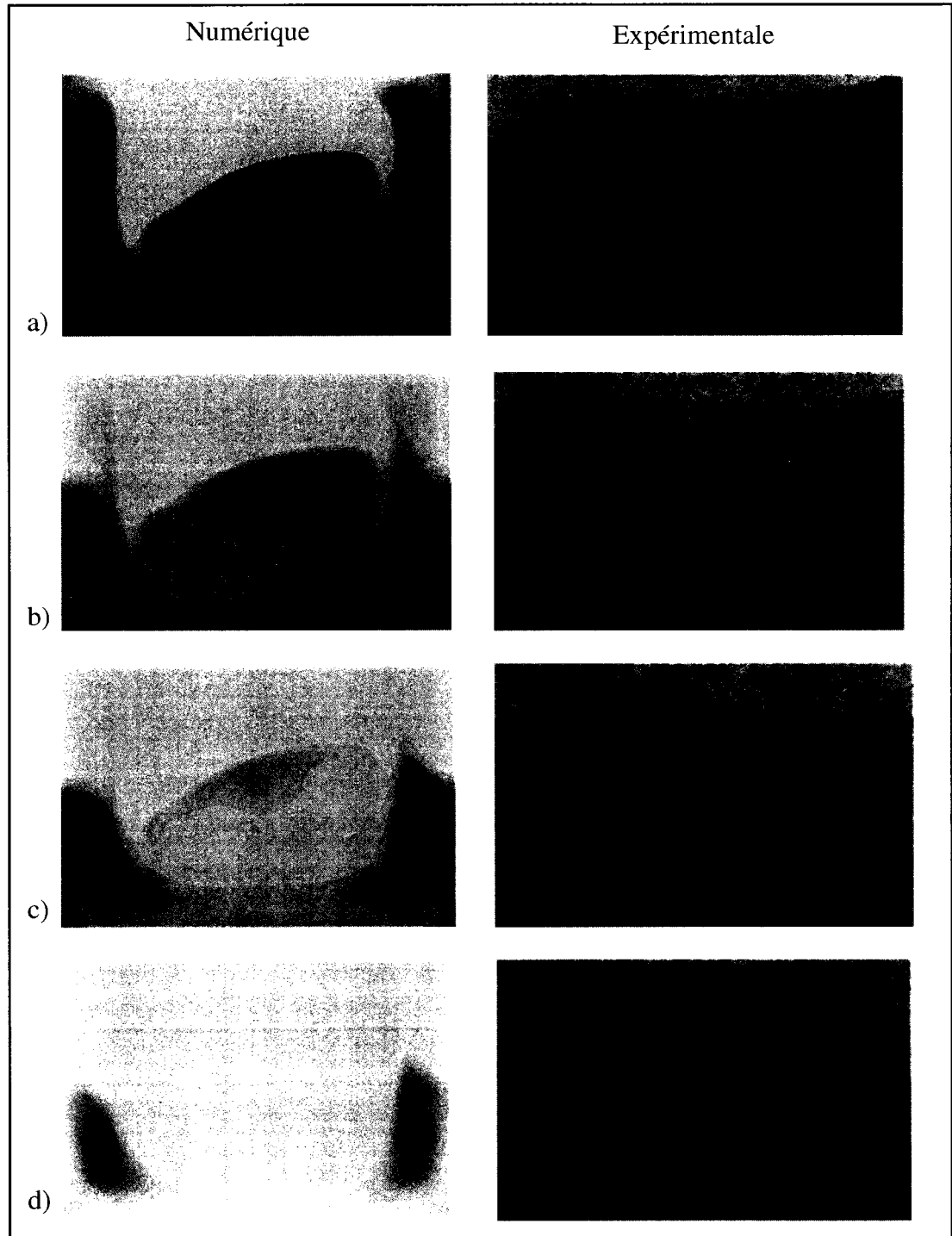
Pour renforcer la validité du modèle de la dynamique du mélange, nous avons également modélisé numériquement la cinétique de la décoloration telle que saisie par les images expérimentales. Pour ce faire, nous avons affiché le profil coloré de la concentration volumique du traceur des cellules situées sur le plan transversal  $x$ - $z$ . Cette méthode a également été utilisée par Iranshahi *et al.* (2007) pour comparer qualitativement leurs résultats expérimentaux de la technique de la décoloration avec ceux de leur modèle numérique.



La Figure 3.17 montre la comparaison qualitative de la décoloration du modèle numérique avec les images expérimentales aux temps adimensionnels  $N_t = 25$  (Figure 3.16.a),  $N_t = 75$  (Figure 3.16.b),  $N_t = 100$  (Figure 3.16.c) et  $N_t = 125$  (Figure 3.16.d). L'échelle de couleur de la visualisation numérique est définie par rapport à la concentration moyenne du traceur ( $\bar{c}$ ) de la manière suivante : si une cellule a une concentration volumique de traceur de  $c \leq \bar{c} \cdot 0.95$ , celle-ci a une couleur mauve et une couleur jaune si  $c \geq \bar{c} \cdot 1.05$  (Campolo *et al.*, 2004b). Entre ces deux valeurs de concentration, la couleur est établie par un dégradé régulier du mauve au jaune.

Il est important de mentionner que la décoloration numérique, qui est observée sur le plan  $x$ - $z$ , diffère inévitablement de l'image expérimentale en raison que cette dernière est le résultat de la projection en deux dimensions d'un phénomène tridimensionnel. Malgré cela, on remarque tout de même des similitudes importantes entre les visualisations numériques et expérimentales. D'abord, on observe avec les Figures 3.16.a) et 3.16.b) que la décoloration numérique débute comme l'expérimentale dans la zone supérieure du domaine, là où le traceur a été injecté. De plus, au-delà de  $N_t = 100$ , la zone non décolorée expérimentale tend à prendre une forme torique dans la zone inférieure du domaine (Figures 3.16.c et 3.16.d). Ce phénomène semble bien représenté par le modèle numérique par deux zones non décolorées de chaque côté du domaine.

Avec de bonnes corrélations pour le temps de mélange et la modélisation de la décoloration, on en conclut que le modèle numérique prédit somme toute assez bien la dynamique du mélange du MPSL pour effectuer une étude paramétrique comparative.



**Figure 3.16** Comparaison de la décoloration numérique et expérimentale.

a)  $N_t = 25$  ; b)  $N_t = 75$  ; c)  $N_t = 100$  ; d)  $N_t = 125$

### 3.7.4 Effet de la gravité

Du fait que nous ne considérons pas la dynamique de la surface libre, nous nous sommes intéressés à savoir si l'application ou non de la gravité avait une influence sur la dynamique de l'écoulement et du mélange. Physiquement, la surface libre se positionne de façon à équilibrer la pression du fluide à cette surface avec la pression atmosphérique. Dans le cas où la surface libre à une géométrie fixe, comme c'est le cas dans ce travail, le champ d'accélération gravitationnelle ne devrait pas influencer la dynamique de l'écoulement et du mélange puisque celui-ci à une intensité négligeable face à celle des autres champs appliqués (Centrifuge et Coriolis). Pour valider ce point, nous avons effectué des simulations en faisant varier uniquement le nombre de Froude ( $Fr$ ) et vérifié si nos mesures quantitatives, soit la puissance d'agitation ( $N_p$ ), le flux axial moyen ( $N_{Q_a^{moy}}$ ), l'énergie cinétique ( $N_{E_k}$ ) et le temps de mélange ( $N_{t_m}$ ) pour  $U_{CV} = 0.90$  subissaient une variation. La valeur de  $U_{CV}$  a été relaxée comparativement à la validation pour alléger le temps de calcul. Le Tableau 3.9 résume d'abord les valeurs des paramètres adimensionnels utilisées pour nos simulations

Tableau 3.9  
Paramètres adimensionnels pour l'analyse sur l'effet de la gravité.

$Re$	$n$	$k$	$F$	$\alpha$	$Fr$
1000	-2.00	4.0	1.5	0.79 rad	1, 10, $\infty$

Le Tableau 3.10 montre une variation nulle des résultats pour nos quatre mesures d'analyse ce qui indique que la gravité n'affecte aucunement la dynamique de l'écoulement et du mélange. Ce faisant, pour simplifier l'analyse, nous n'allons pas considérer le  $Fr$  dans les études paramétriques des chapitres 4 et 5 en lui imposant une valeur de  $Fr = \infty$ . Cela correspond à ne pas inclure le terme  $\rho \vec{g}$  dans l'équation de la conservation de la quantité de

mouvement (Éq. (3.6)). Une discussion sur l'influence de la valeur de  $Fr$  pour le transfert des résultats numériques à un mélangeur réel est présentée à l'annexe II.

Tableau 3.10

Comparaison de résultats numériques pour différentes valeurs du nombre de Froude ( $Fr$ )

	$Fr$		
	1	10	$\infty$
$N_P$	8.50E-04	8.50E-04	8.50E-04
$N_{Q_a^{moy}}$	7.16E-03	7.16E-03	7.16E-03
$N_{E_k}$	1.40E-02	1.40E-02	1.40E-02
$N_{t_m}$	1.99E+01	1.99E+01	1.99E+01

### 3.7.5 Synthèse de la validation

Aux sections précédentes, nous avons d'abord validé la discrétisation spatiale en déterminant une taille de cellule de  $h/R_c = 16.8 \times 10^{-3}$  qui assure une indépendance adéquate des résultats à la discrétisation spatiale avec une incertitude numérique GCI maximale de 2.97% attribuable au temps de mélange.

Le modèle de la dynamique de l'écoulement a ensuite été validé en comparant d'abord les résultats numériques de la puissance d'agitation avec les données expérimentales du chapitre 2. Avec un écart maximum de 12.6% entre les données numériques et expérimentales sur la puissance d'agitation, nous nous sommes aperçus que le modèle numérique avait une bonne corrélation avec le comportement réel du MPSL. De plus, la comparaison qualitative de la structure de l'écoulement à la surface libre a également montrée de très bonnes corrélations renforçant ainsi la validité du modèle.

Concernant le modèle décrivant la dynamique du mélange, l'écart entre le temps de mélange prédit numériquement et la valeur expérimentale était de 13.6% pour  $U_{CV} = 0.98$ , ce qui est comparable aux écarts observés dans la littérature pour une méthodologie de validation semblable. De plus, la bonne corrélation qualitative entre la cinétique de la décoloration numérique avec celle expérimentale est venue renforcer à nouveau la conclusion que le modèle représente bien la dynamique du mélange réelle du MPSL. Finalement, nous avons déterminé que la gravité n'a aucun effet sur la dynamique de l'écoulement et du mélange lorsque la surface libre à une géométrie fixée. Ceci permet alors de négliger le nombre de Froude ( $Fr$ ) dans nos analyses des chapitres 4 et 5.

Nous sommes conscients qu'en étant limité par rapport aux mesures expérimentales possibles avec le MPSL, les résultats expérimentaux ne permettent pas de valider les modèles numériques pour l'ensemble des mesures d'analyses et la plage complète des paramètres adimensionnels que nous étudierons aux chapitres 4 et 5. Néanmoins, dans la mesure où la dynamique de l'écoulement de nos simulations n'est pas significativement différente de celle des essais expérimentaux, nous sommes confiants que le processus de validation donne une bonne indication de la justesse des résultats numériques de notre étude.

### 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, la modélisation numérique CFD de la dynamique de l'écoulement et du mélange dans un MPSL a été présentée. Ensuite, la modélisation a été validée en comparant les résultats numériques avec les données expérimentales présentés au chapitre 2. La validation a démontré une bonne corrélation entre les modèles numériques et le comportement réel du MPSL entre autres au niveau de la puissance d'agitation et du temps de mélange. Finalement, l'effet du champ d'accélération gravitationnelle sur le comportement hydrodynamique du MPSL a été montré comme étant négligeable lorsque la surface libre conserve une géométrie fixe. Nous ne le considérerons donc pas dans la modélisation.

## CHAPITRE 4

### CARACTÉRISATION DE LA DYNAMIQUE DE L'ÉCOULEMENT

#### 4.1 Introduction

Le chapitre 4 se consacre à la caractérisation de la dynamique de l'écoulement dans le MPSL. À cette fin, nous utilisons les modèles numériques vus au chapitre précédent en modifiant leurs conditions aux limites afin de représenter différentes configurations de MPSL à divers régimes d'opération. Notre processus de caractérisation se déroulera en deux parties. Premièrement, nous étudierons une configuration de base de MPSL pour laquelle nous caractériserons d'abord qualitativement la structure spatiale de l'écoulement pour un régime d'opération donné. Pour cette même configuration, nous effectuerons ensuite une caractérisation quantitative de l'écoulement par les mesures de la puissance d'agitation, du flux axial moyen et de l'énergie cinétique. Deuxièmement, nous procéderons à une étude paramétrique visant à connaître l'effet d'un changement de configuration du mélangeur sur ces mêmes mesures quantitatives. Plus particulièrement, nous examinerons les effets de la variation du ratio de vitesse ( $n$ ), du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ) et de l'inclinaison ( $\alpha$ ) du contenant. La caractérisation de la dynamique du mélange sera vue au chapitre 5.

## 4.2 Étude de la configuration de base

### 4.2.1 Description de la configuration

Nous avons défini la configuration de base du MPSL en lien avec les caractéristiques du principal modèle conçu par G-Explore, l'entreprise partenaire à ce projet de recherche. Le Tableau 4.1 résume les paramètres adimensionnels qui décrivent cette configuration. Précisons à nouveau que la valeur négative du ratio de vitesse  $n$ , est en raison du fait que la rotation s'effectue dans le sens contraire au mouvement de révolution. Le rapport de forme  $F = 1.5$  représente un volume de fluide de  $0.5 \ell$  contenu dans un contenant de  $1 \ell$  ( $R_C = 0.05 \text{ m}$ ) tels qu'utilisés pour le G-Mixer 1600. Cette géométrie du domaine sera conservée pour l'ensemble de nos simulations y compris celles pour l'étude paramétrique. Pour la taille moyenne de cellules définie au chapitre précédent (section 3.6.2, p. 82), cela représente un domaine composé de 919 684 cellules.

Tableau 4.1

Paramètres adimensionnels de la configuration de base du MPSL

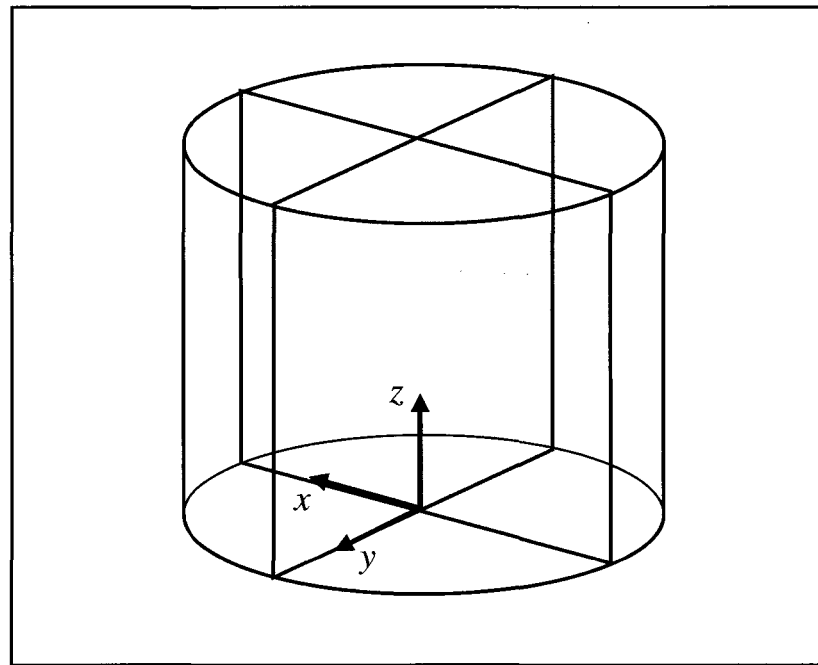
$n$	$k$	$F$	$\alpha$
-2.0	4.0	1.5	0.79 rad

### 4.2.2 Caractérisation qualitative de l'écoulement

Avant de procéder à une caractérisation quantitative de l'écoulement, il est pertinent de débiter par une représentation qualitativement de sa structure spatiale. Cela permet de mieux comprendre la physique du phénomène et de faciliter l'interprétation des résultats quantitatifs qui suivront. Tel que nous le verrons à la section 4.2.3, la structure spatiale de l'écoulement

pour la configuration de base ne subit plus de modification significative au-delà de  $Re = 500$ . De ce fait, nous examinerons ici la structure de l'écoulement uniquement pour  $Re = 1000$ .

Nous avons d'abord observé la projection du vecteur vitesse sur les plans verticaux  $x$ - $z$  et  $y$ - $z$  montrés à la Figure 4.1. Il est important de demeurer extrêmement prudent dans l'interprétation d'une structure d'écoulement tridimensionnelle (3D) par le biais de projections bidimensionnelles (2D) de vecteurs vitesse. Bien souvent, sans outils de visualisation 3D, plus d'une projection est nécessaire.

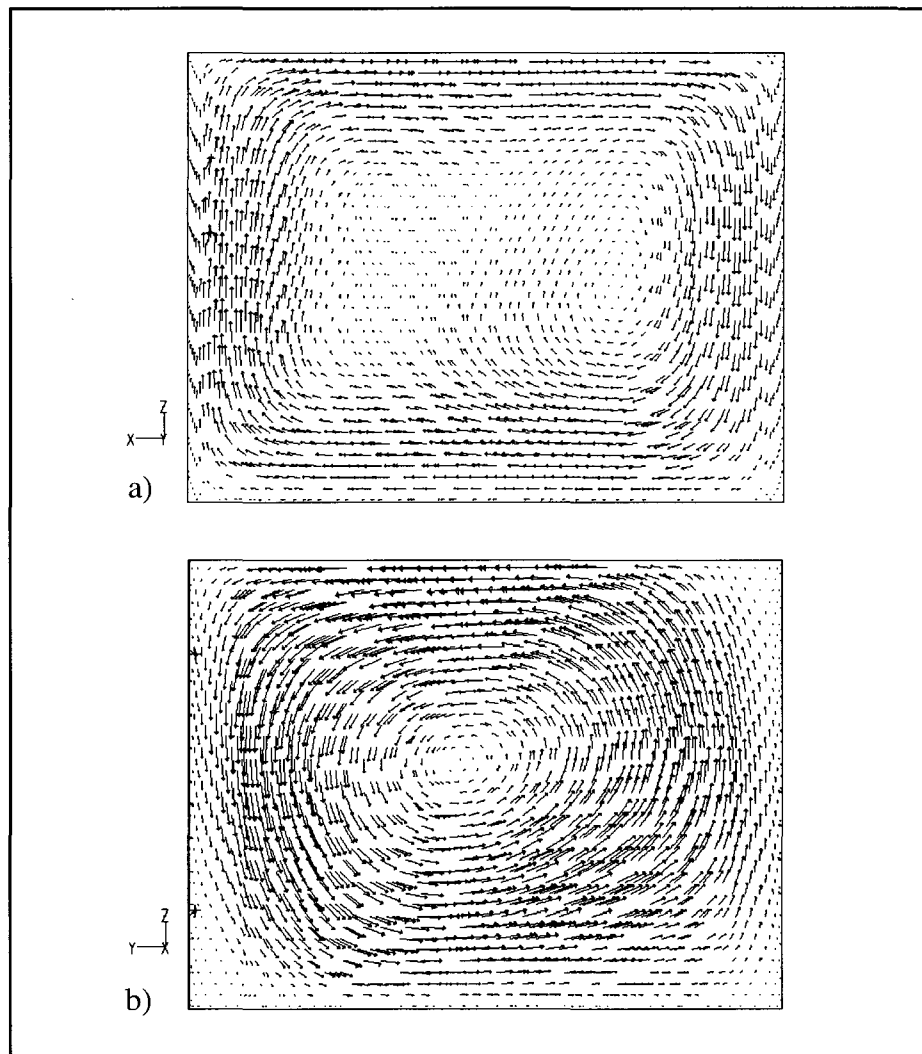


**Figure 4.1** Position des plans verticaux  $x$ - $y$  et  $y$ - $z$ .

Les Figures 4.2.a) et 4.2.b) montrent respectivement les projections sur les plans  $x$ - $z$  et  $y$ - $z$ . On remarque que sur les deux plans, les vecteurs semblent indiquer une structure d'écoulement principalement circulaire. Au plan  $x$ - $z$ , on note la présence de deux cellules de circulation contrairement au plan  $y$ - $z$  où il n'y en a qu'une seule. On constate également par la longueur des vecteurs que le fluide a une vitesse moins élevée dans les coins (arrêtes) de la géométrie de même qu'au centre des cellules de circulation. La principale conclusion à tirée de ces premières observations est que le fluide effectue un déplacement vertical important,



soit une caractéristique essentielle à une dispersion du fluide dans tout le contenant (Paul, Atiemo-Obeng et Kresta, 2004). La mesure du flux axial sera utilisée à la section 4.2.4 pour quantifier l'écoulement vertical du fluide.



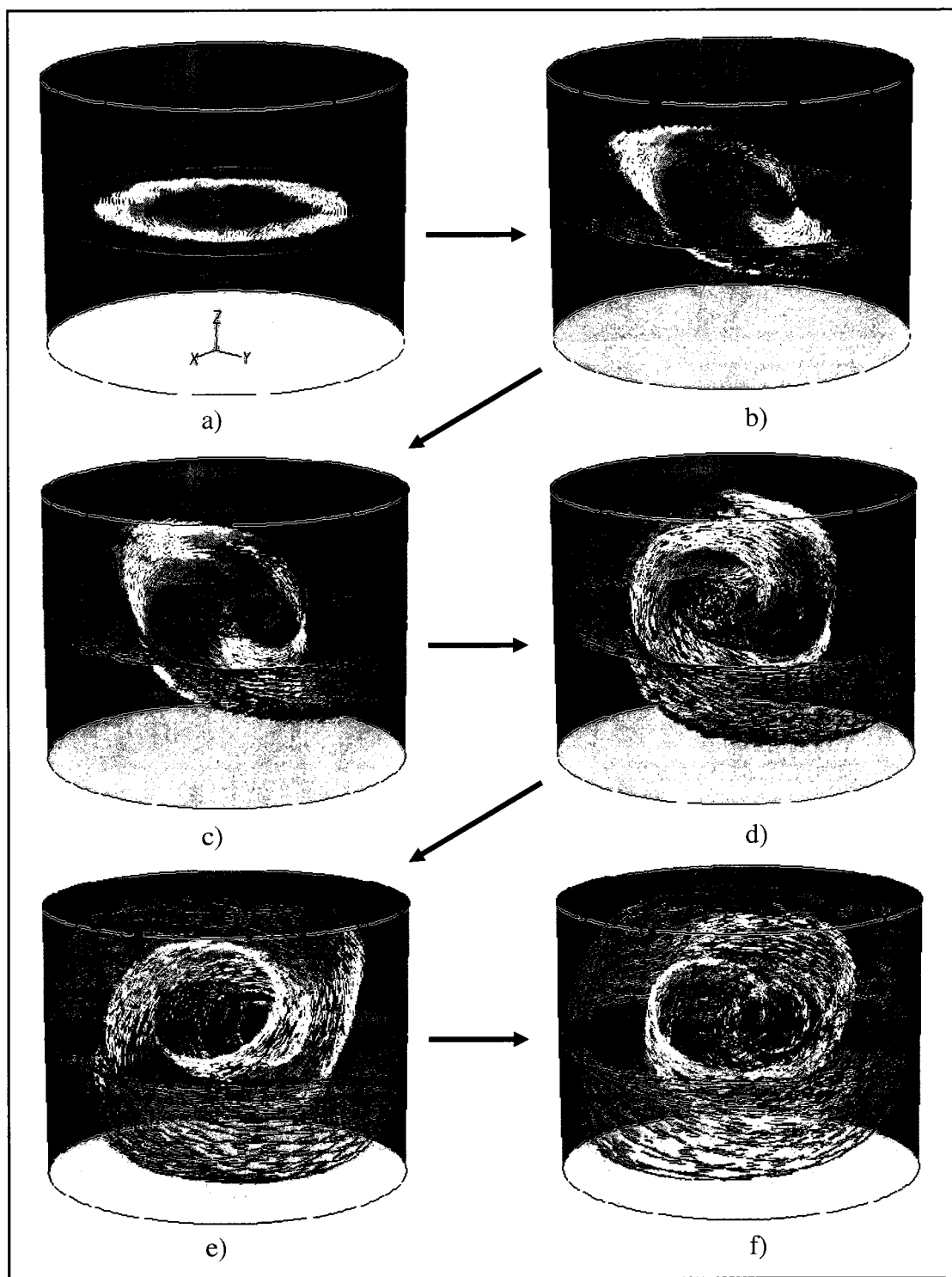
**Figure 4.2 Vecteur vitesse sur les plans verticaux  $x-z$  et  $y-z$  à  $Re = 1000$ .**  
(Configuration de base)

a) Plan  $x-z$ , b) Plan  $y-z$

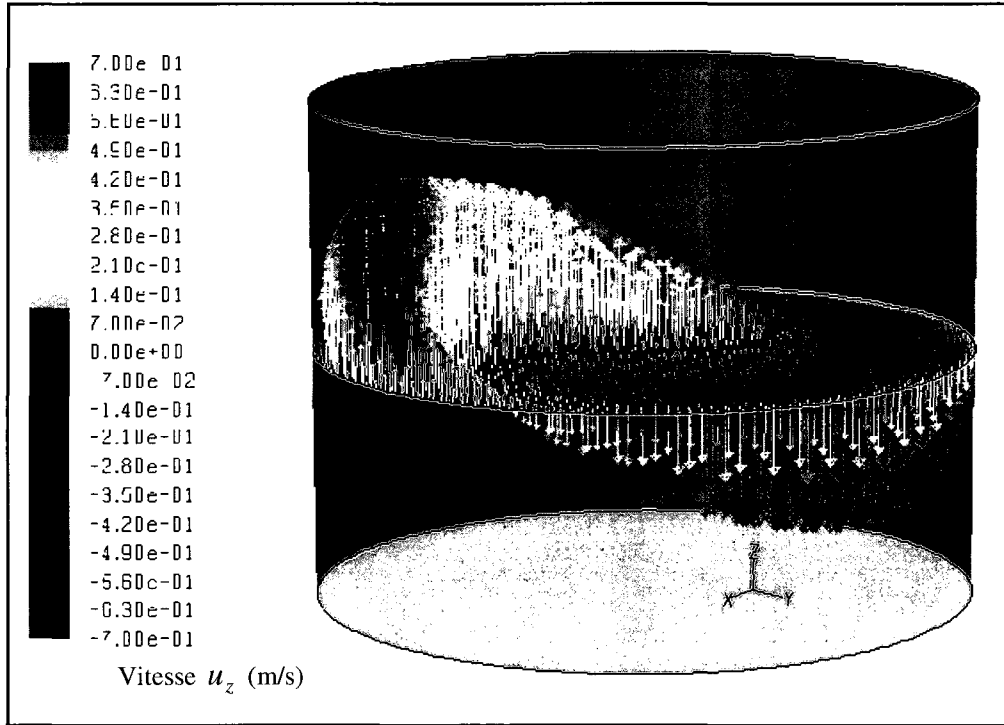
Pour améliorer la compréhension de la structure spatiale de l'écoulement, nous avons également affiché le mouvement de particules passives initialement situées sur un plan parallèle à la surface du fond à la mi-hauteur du domaine (Figure 4.3.a). Bien que le domaine soit incliné à 45 degrés, les images à la Figure 4.3 sont affichées à la verticale pour simplifier la visualisation. La couleur est donnée selon le numéro d'identification de chaque particule.

Les Figures 4.3.b) à 4.3.f) montrent des positions intermédiaires des particules pour une période équivalente à environ 3 rotations complètes du contenant. Avec cette visualisation tridimensionnelle, on constate très facilement que la structure topologique possède effectivement une forme circulaire dominante qui entraîne les particules à se déplacer verticalement dans le contenant. Ces images donnent un premier aperçu intéressant des effets combinés de l'inclinaison du contenant et des champs d'accélération centrifuge et de Coriolis qui agissent sur les particules du fluide. Cette structure d'agitation est très différente de celle observée pour la matière dans les broyeurs planétaires à billes dont les contenants sont en position verticale. En effet, les travaux de Cleary (2000) et ceux de Vaitekhovich et Semenenko (2005) ont entre autres montré par simulations numériques et observations expérimentales que la matière a une structure d'agitation bidimensionnelle en se déplaçant parallèlement au fond du contenant.

Pour illustrer plus spécifiquement la composante verticale du mouvement du fluide, la Figure 4.4 montre les vecteurs de la composante de vitesse  $u_z$  au plan médian horizontal. On constate qu'il y a une certaine similitude entre les profils de vitesse verticale positive (vers le haut) et négative (vers le bas) et que la vitesse maximale est égale dans les deux directions.



**Figure 4.3** Visualisation du mouvement de particules passives à  $Re = 1000$ .  
(Configuration de base)



**Figure 4.4 Vecteurs de la vitesse axiale au plan médian à  $Re = 1000$ .**  
(Configuration de base)

### 4.2.3 Puissance d'agitation

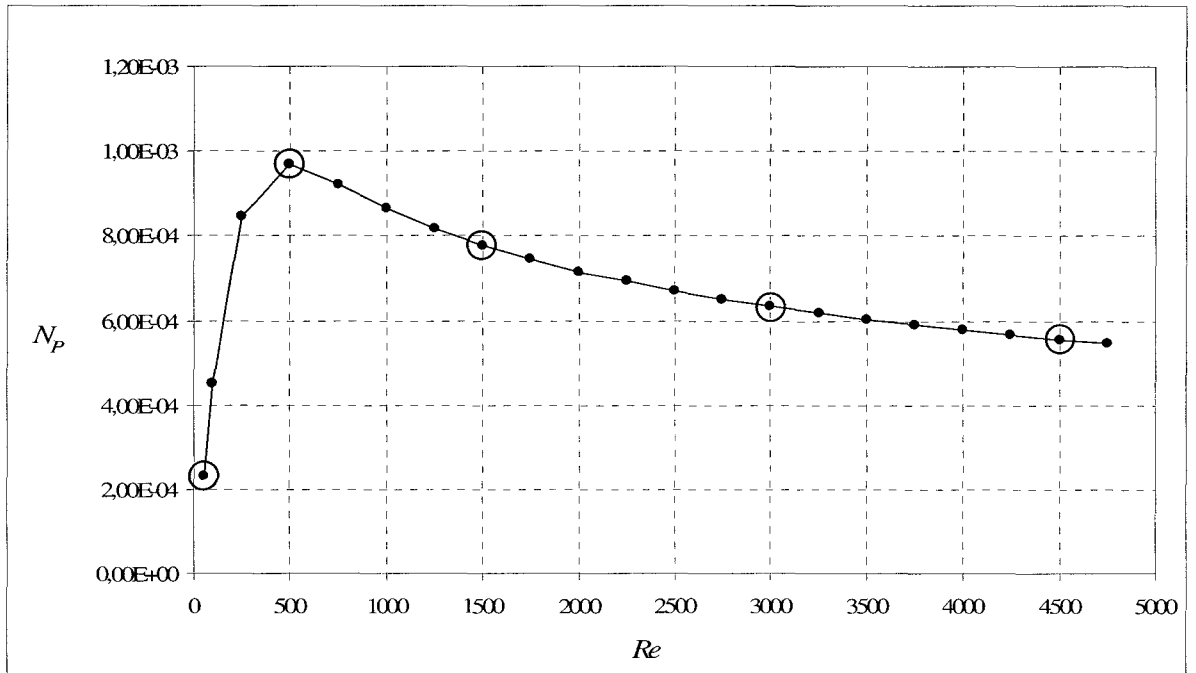
Nous débutons la caractérisation quantitative de l'écoulement dans le MPSL de base par l'étude de la puissance d'agitation. Tel que mentionné à la section 3.5.1 (p. 75), cette mesure représente la portion de l'énergie par unité de temps consommée par le mélangeur qui est transmise au fluide. Nous caractérisons la puissance d'agitation ( $P$ ) par sa valeur normalisée  $N_p$  que l'on a définie précédemment (Éq. (2.6)) par

$$N_p = \frac{P_{dissipée}}{P_{ref.}} = \frac{P}{\rho \cdot \Omega^3 \cdot R_0^5}$$

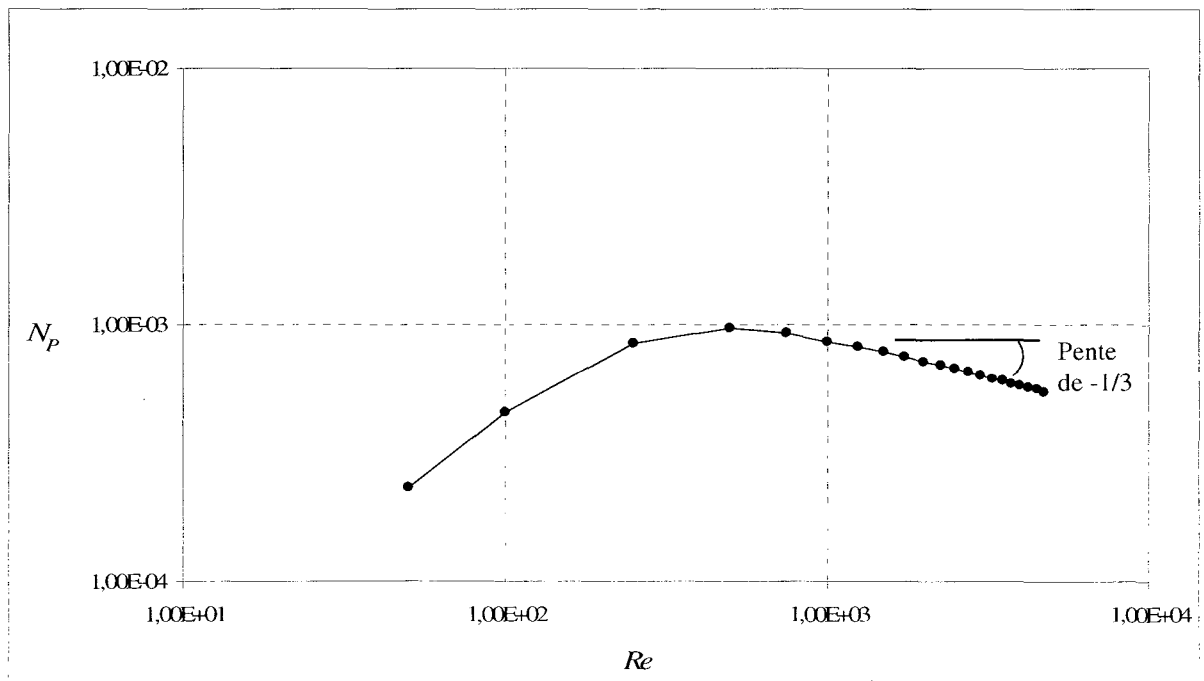
où  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>),  $\Omega$  (rad/s) et  $R_0$  (m) sont respectivement la masse volumique, la vitesse et le rayon de révolution. La puissance d'agitation a été déterminée avec la méthode basée sur l'intégration de la dissipation visqueuse pour  $Re$  variant de 50 à 4750, ce qui couvre la majeure partie des régimes opération visés par G-Explore.

Le graphique à la Figure 4.5 illustre la puissance adimensionnelle  $N_p$  en fonction de  $Re$ . La variation de  $N_p$  se caractérise par deux zones distinctes. La première est celle où  $N_p$  augmente significativement avec le  $Re$  jusqu'à une valeur maximale de  $0.97 \times 10^{-3}$  à  $Re = 500$ . La deuxième zone est celle où  $N_p$  diminue graduellement de sa valeur maximale avec l'augmentation de  $Re$ . En combinant ces observations et la définition mathématique de  $N_p$ , on en conclut que la puissance dissipée par l'écoulement augmente plus rapidement que la puissance de référence pour  $Re < 500$  et l'inverse pour  $Re > 500$ . Ceci nous laisse donc entrevoir qu'il y aurait probablement un changement significatif de la structure spatiale de l'écoulement pour une augmentation de  $Re$  jusqu'à une valeur de 500.

Pour fin de comparaison avec les mélangeurs à cuves agitée, le graphique de la Figure 4.6 a été retracé avec des échelles logarithmiques. En comparant la zone laminaire de la courbe de puissance typique pour les cuvées agitées montrées précédemment (Figure 1.1, p. 7) avec la Figure 4.6, on remarque que contrairement au MPSL, il n'y a pas d'augmentation de la puissance d'agitation avec le  $Re$  dans la zone laminaire. Toutefois, comme pour les cuves agitées, la courbe de puissance du MPSL possède également une variation proportionnelle à  $Re^{-x}$  où  $x = -1$  pour les mélangeurs à cuve agitée (Fradette *et al.*, 2007; Iranshahi *et al.*, 2007) et  $x = -1/3$  pour le MPSL de base. Ces nuances entre les courbes de puissance démontrent qu'il existe probablement une différence marquée au niveau de la dynamique de l'écoulement pour ces deux technologies. L'identification de ces différences dépasse évidemment les objectifs de ce projet de recherche.



**Figure 4.5 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$ .**  
(Configuration de base)



**Figure 4.6 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$  - Échelles logarithmiques.**  
(Configuration de base)

Pour illustrer le changement de la structure topologique de l'écoulement présumé précédemment, nous avons observé à différentes valeurs de  $Re$  les iso-contours de vitesse sur les plans verticaux  $x$ - $z$  et  $y$ - $z$  (Figure 4.1) ainsi que deux plans horizontaux positionnés arbitrairement à  $z/H_F = 0.25$  et  $0.75$  (Figure 3.7 p. 79). Mentionnons que les plans  $x$ - $z$  et  $y$ - $z$  sont respectivement parallèle et perpendiculaire au bras de révolution. Les iso-contours représentent le module du vecteur vitesse ( $\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$ ).

Nous sommes conscients que le choix d'observer la topologie de l'écoulement par le biais d'iso-contours de vitesse n'est pas une méthode courante. En fait, puisqu'il s'agit uniquement de montrer les modifications de la topologie, nous jugeons alors que cette approche est acceptable. Nous avons choisi cette option par simple commodité puisque FLUENT n'offre pas directement la possibilité de déterminer les lignes de courant pour un écoulement tridimensionnel. Pour les obtenir, il serait nécessaire de programmer manuellement la fonction de courant ( $\psi$ ) que l'on obtient par intégration du système d'équation

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = \frac{\partial \psi}{\partial z} dz = 0 \quad (4.1)$$

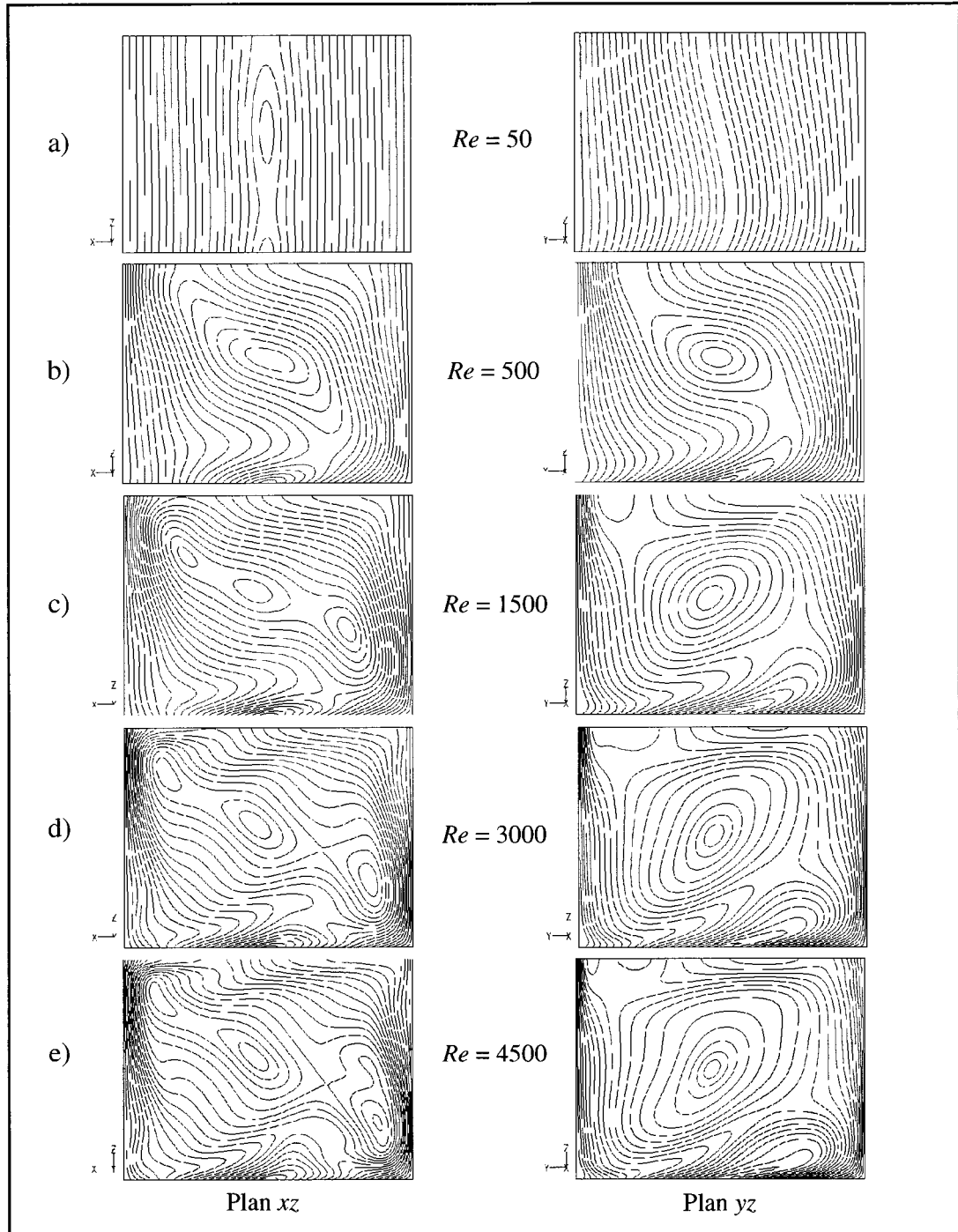
où  $dx$ ,  $dy$  et  $dz$  représente respectivement les longueurs d'un volume de fluide selon les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  (Munson, Young et Okiishi, 2002). Les lignes de courant sont alors obtenues en imposant différentes valeurs constantes de la fonction de courant.

Les Figures 4.7 et 4.8 illustrent respectivement les iso-contours du module de vitesse sur les plans verticaux et horizontaux. Ils sont affichés pour les  $Re$  identifiés à la Figure 4.5 qui correspondent à des points caractéristiques de la courbe de puissance, soit au bas de la courbe où  $N_p$  augmente ( $Re = 50$ ), à la puissance maximale ( $Re = 500$ ) ainsi qu'à différents points le long de la courbe où  $N_p$  diminue ( $Re = 1500, 3000, 4500$ ).

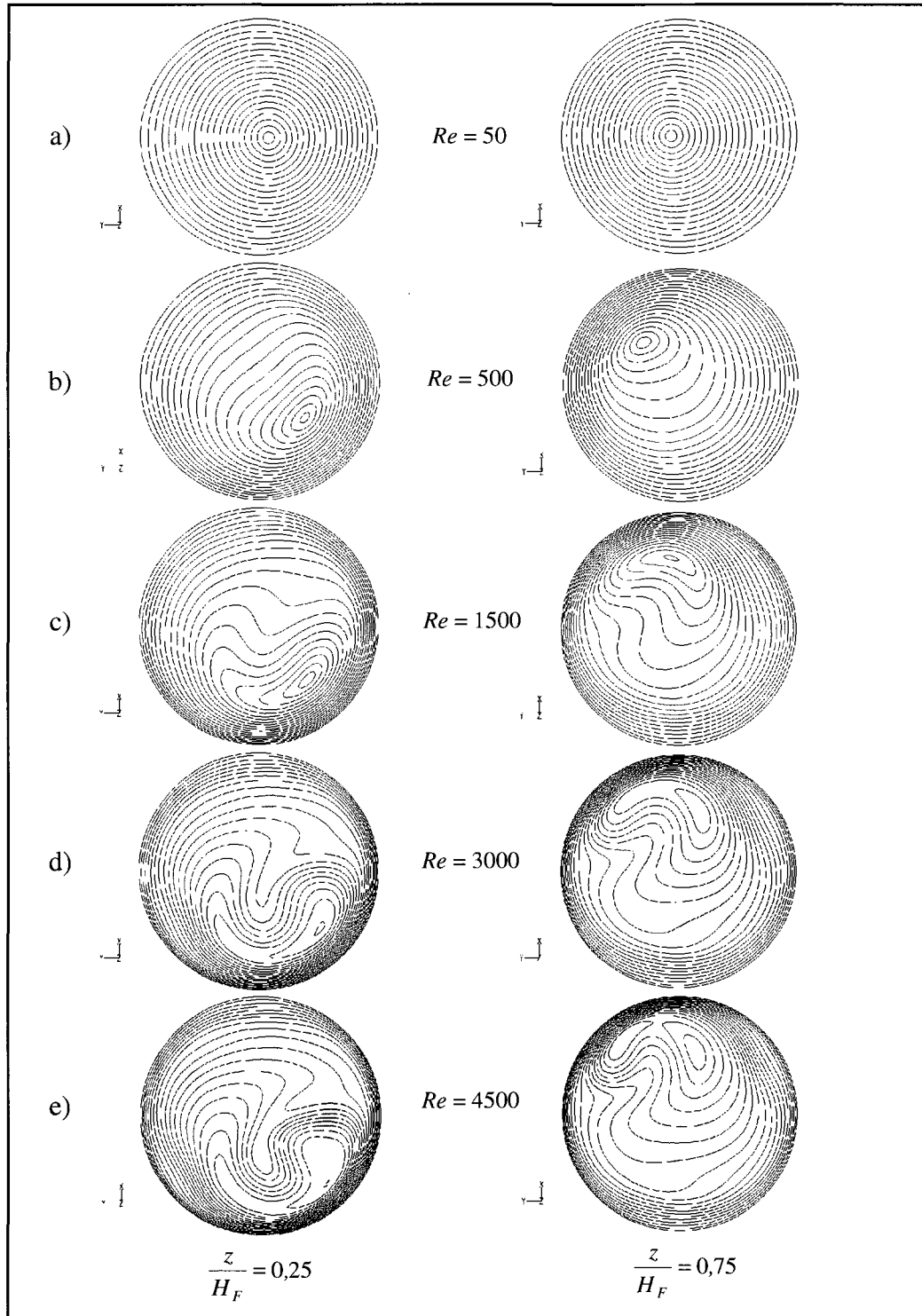
La comparaison des iso-contours de vitesse à  $Re = 50$  et  $Re = 500$  aux Figures 4.7 et 4.8 nous confirme qu'effectivement, la topologie de l'écoulement se modifie significativement entre ces deux valeurs de  $Re$ , c'est-à-dire là où la valeur de  $N_p$  augmente. À  $Re = 50$ , les iso-contours sur les plans  $x-z$  et  $y-z$  (Figure 4.7.a) sont pratiquement verticaux et ceux sur les plans horizontaux (Figure 4.8.a) ont une forme circulaire et sont concentriques à l'axe du contenant. Sachant que le contenant est en rotation, ces formes d'iso-contours nous laissent supposer que la topologie d'écoulement s'apparente fortement à celle d'une rotation en corps rigide. Nous validerons ce point plus tard dans cette section. À  $Re = 500$ , là où la puissance est maximale, on remarque maintenant que les iso-contours sur les plans verticaux (Figure 4.7.b) se sont modifiés et ont une forme beaucoup plus circulaire. Selon les visualisations de l'écoulement montrées précédemment (section 4.2.1), on peut interpréter la modification de la topologie entre autres par l'apparition d'une composante axiale de vitesse. Nous validerons plus spécifiquement ce point également plus tard dans cette section. Quant aux iso-contours des plans horizontaux (Figure 4.8.b), ils conservent tout de même une forme circulaire, mais leur centre est à présent excentré de l'axe du contenant.

Les iso-contours pour  $Re > 500$  aux Figures 4.7 et 4.8 montrent qu'une fois la valeur maximale de  $N_p$  est atteinte, il y a effectivement une variation moins significative de la topologie de l'écoulement où l'on observe principalement des variations locales des gradients de vitesse.





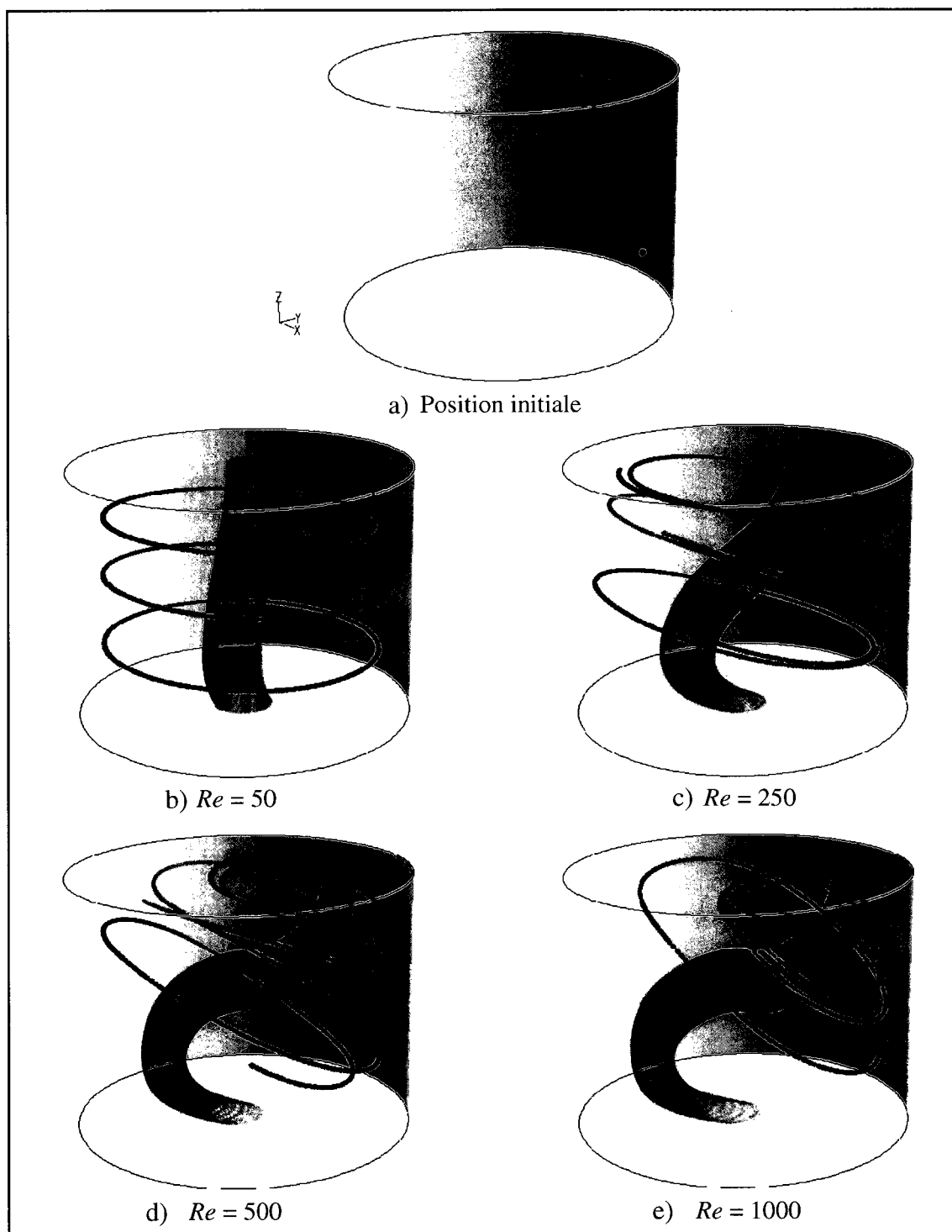
**Figure 4.7 Iso-contours du module de vitesse - plans verticaux.**  
(Configuration de base)



**Figure 4.8 Iso-contours du module de vitesse - plans horizontaux.**  
(Configuration de base)

En observant les iso-contours de vitesse à  $Re = 50$  aux Figures 4.7 et 4.8, nous notons que l'écoulement semblait correspondre fortement à une rotation en corps rigide du fluide. Nous notons également par la comparaison des iso-contours combinée aux visualisations de l'écoulement, qu'une augmentation de  $Re$  engendrait la modification de la topologie par l'apparition d'un mouvement vertical du fluide. Pour mieux observer ces phénomènes, nous avons affiché à  $Re = 50, 250, 500$  et  $1000$  les trajectoires (« *Pathline* ») de trois particules sphériques passives dans le champ de vitesse du fluide pour une période équivalente à un peu plus qu'une rotation du contenant. La position initiale des particules se situe à trois hauteurs différentes ( $z/H_F = 0.25, 0.5$  et  $0.75$ ) le long d'une ligne verticale positionnée à une distance radiale de  $r/R_c = 0.75$  (Figure 4.9.a). Pour lier nos observations faites à partir des iso-contours de vitesse avec les trajectoires de particules, nous avons affiché conjointement à ces dernières une iso-surface de vitesse définie par les nœuds où le module de vitesse adimensionnel est de  $V^* = \|\vec{V}\| \cdot 1/(\Omega \cdot R_0) = 0.7$ . Les images à la Figure 4.9 sont affichées à la verticale pour simplifier la visualisation.

À la Figure 4.9.b, on remarque qu'à  $Re = 50$ , l'écoulement est effectivement similaire à une rotation en corps rigide puisque les particules demeurent à la même hauteur et ont une ligne de trajectoires fermées visiblement concentriques à l'axe du contenant. Quant à l'iso-surface de vitesse, sa forme tubulaire pratiquement droite et centrée à l'axe du contenant corrèle bien avec la forme des iso-contours de vitesse à  $Re = 50$  des Figures 4.7 et 4.8. La présence d'une légère inclinaison des trajectoires et de l'iso-surface de vitesse montre qu'il y a tout de même une faible composante de vitesse axiale, mais celle-ci n'engendre pas une déviation des particules de leur point de départ. Ainsi, on peut conclure qu'à faible  $Re$  ( $Re < 50$ ), l'écoulement à un caractère quasi bidimensionnel et qu'il ne permet pas un mouvement vertical significatif du fluide. Par contre, à  $Re = 250$  (Fig. 4.9.c),  $500$  (Fig. 4.9.d) et  $1000$  (Fig. 4.9.e), on observe que la composante axiale de vitesse est plus importante. En effet, l'inclinaison de la trajectoire des particules et de l'iso-surface de vitesse est plus prononcée et les particules commencent à dévier de plus en plus de leur point de départ.



**Figure 4.9** Visualisation des trajectoires de particules passives et de l'iso-surface  $V^* = 0.7$  à  $Re = 50, 250, 500$  et  $1000$ .  
(Configuration de base)

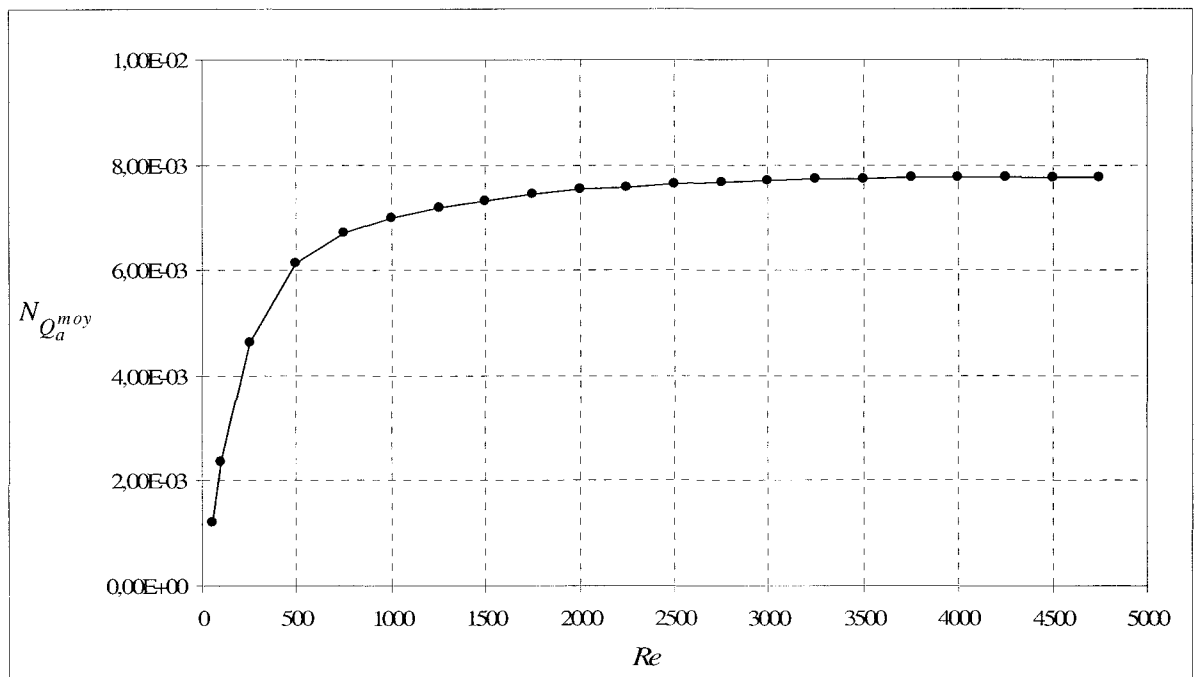
En conclusion, le graphique de la variation de  $N_p$  en fonction de  $Re$  nous a montré qu'il y a une valeur de  $Re$  où la consommation de puissance est maximale. Pour la configuration de base de MPSL, celle-ci était de  $Re = 500$ . Nous avons également observé par la visualisation d'iso-contours de vitesse et de la trajectoire de particules passives que pour la plage de  $Re$  où la valeur de  $N_p$  augmente, la structure topologique de l'écoulement se modifie significativement. Celle-ci passe graduellement d'une rotation en corps rigide à faible  $Re$  à une structure tridimensionnelle par l'apparition d'une composante axiale de vitesse. Pour la plage de  $Re$  où la valeur de  $N_p$  diminue, la topologie de l'écoulement ne varie plus de façon significative. À la section suivante, nous quantifierons l'effet de la composante axiale de vitesse en mesurant le flux axial moyen dans le contenant.

#### 4.2.4 Flux axial moyen

Jusqu'à présent, nos résultats pour la configuration de base nous ont indiqué que le MPSL génère un champ d'écoulement tridimensionnel en induisant une composante axiale de vitesse avec l'augmentation de  $Re$ . Pour caractériser ce phénomène, nous utiliserons le flux axial moyen ( $N_{Q_a^{moy}}$ ) (voir section 3.6.2, p. 77) qui constitue la deuxième quantité caractéristique de la dynamique de l'écoulement. Celui-ci quantifie le volume moyen de fluide par unité de temps qui s'écoule selon la direction  $z$  (vers le haut ou vers le bas) au travers de trois plans perpendiculaires à l'axe du contenant (voir Figure 3.7, p. 79).

La Figure 4.10 illustre le graphique du flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour la configuration de base de MPSL. Contrairement à la puissance d'agitation qui augmente avec  $Re$  jusqu'à une valeur maximum avant de diminuer par la suite, le flux axial moyen se caractérise plutôt par une augmentation avec  $Re$  jusqu'à une valeur maximale qui se maintient par la suite. Il est important de souligner que le flux axial moyen subit sa plus grande variation jusqu'à  $Re = 500$ , soit jusqu'à la même valeur de  $Re$  où  $N_p$  est maximal. Ce phénomène concorde avec nos observations de la section précédente où nous notions que la

topologie de l'écoulement se modifie significativement pour la plage de  $Re$  précédant la valeur maximale de  $N_p$ . Pour  $Re > 500$ , le flux axial moyen varie de façon moins significative et tend vers un plateau. Ce faisant, pour maximiser le flux vertical de fluide, il serait donc préférable d'opérer la configuration de base de MSPL à  $Re > 500$ .

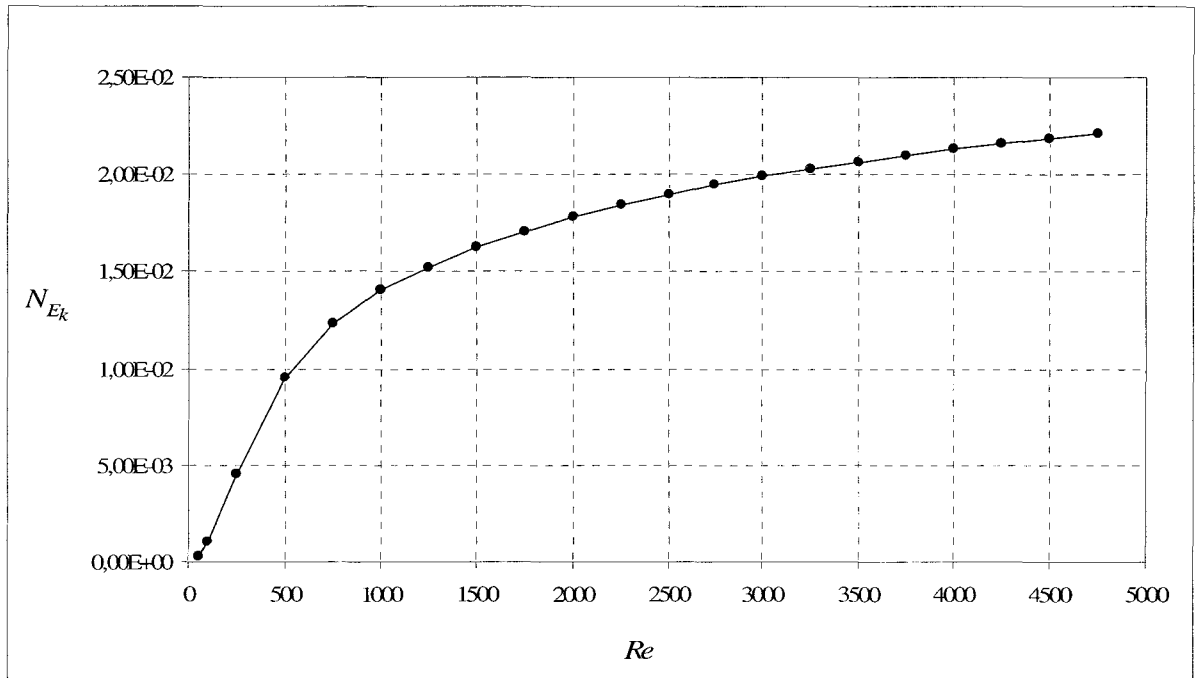


**Figure 4.10 Flux axial moyen en fonction de  $Re$ .**  
(Configuration de base)

#### 4.2.5 Énergie cinétique

Pour quantifier plus spécifiquement l'agitation tridimensionnelle globale du fluide, nous utilisons la mesure de son énergie cinétique (voir section 3.6.3). Celle-ci est basée sur la vitesse du fluide qui est effective au mélange, c'est-à-dire sa vitesse relative au contenant.

La figure 4.11 montre la variation de l'énergie cinétique ( $N_{Ek}$ ) en fonction de  $Re$  pour la configuration de base. On remarque qu'à de faibles valeurs de  $Re$  (50 et 100), l'énergie cinétique démontre bien la dominance du mouvement de rotation en corps rigide du fluide en affichant une valeur près de zéro. Physiquement, cela indique que le fluide à une vitesse quasiment nulle par rapport au contenant, ce qui est défavorable à une homogénéisation rapide. Par ailleurs, tout comme la puissance d'agitation et le flux axial, l'énergie cinétique démontre également une augmentation significative jusqu'à  $Re = 500$ . Cependant, contrairement au flux axial moyen, celle-ci continue d'augmenter graduellement pour  $Re > 500$ . Bien qu'il ne semble pas y avoir l'apparence d'un plateau sur la plage de  $Re$  étudiée, l'augmentation de l'énergie cinétique semble néanmoins diminuer en intensité au-delà de  $Re = 500$ .



**Figure 4.11 Énergie cinétique en fonction de  $Re$ .**  
(Configuration de base)

#### 4.2.6 Synthèse sur la configuration de base

Aux sections précédentes, nous avons effectué la caractérisation de la dynamique de l'écoulement pour la configuration de base de MPSL dont les principales conclusions à retenir sont les suivantes :

- La topologie de l'écoulement se modifie significativement pour une augmentation de  $Re$  jusqu'à  $Re = 500$ . Pour  $Re > 500$  (jusqu'à  $Re = 4750$ ), on observe principalement des augmentations des gradients de vitesse sans changement majeur de la topologie d'écoulement.



- La valeur de  $N_p$  augmente avec le  $Re$  jusqu'à une valeur maximale de  $0.97 \times 10^{-3}$  à  $Re = 500$  où elle diminue ensuite graduellement pour  $Re > 500$  (jusqu'à  $Re = 4750$ ).
- La valeur de  $N_{Q_a^{moy}}$  augmente jusqu'à  $Re = 500$ , c'est-à-dire sur la même plage de  $Re$  où  $N_p$  augmente et la topologie de l'écoulement se modifie significativement. Pour  $Re > 500$ ,  $N_{Q_a^{moy}}$  tend rapidement vers un plateau maximal qu'il maintient ensuite jusqu'à  $Re = 4750$ .
- La valeur de  $N_{E_k}$  subit une augmentation significative également jusqu'à  $Re = 500$ . Pour  $Re > 500$  (jusqu'à  $Re = 4750$ ), elle continue toujours d'augmenter, mais avec un taux de variation plus faible.
- Selon les points précédents, pour maximiser l'agitation tridimensionnelle du fluide, la configuration de base de MPSL doit donc être opérée à  $Re > 500$ .

### 4.3 Influence du ratio de vitesse ( $n$ )

À la section 4.2, nous avons caractérisé quantitativement la dynamique de l'écoulement pour une configuration de base de MPSL par le biais de la puissance d'agitation, du flux axial moyen et de l'énergie cinétique. À présent, nous nous intéressons à connaître l'influence d'une variation de la configuration sur la dynamique de l'écoulement. À cette fin, nous débutons par l'analyse de l'influence du ratio de vitesse. D'une part, nous étudierons l'effet de son augmentation et de sa diminution et d'autre part, l'effet de son changement de signe. Nous voulons évaluer, entre autres, si une valeur critique de ratio de vitesse et un signe négatif de celui-ci maximisent effectivement l'agitation de la matière tel que l'ont remarqué Mio *et al.* (2002; , 2004) pour le broyeur planétaire à billes.

Selon le standard de conception de G-Explore, le MPSL possède un ratio de vitesse négatif au alentour de  $n = -2.0$ , d'où ce choix pour la configuration de base. Les valeurs étudiées de  $n$  pour l'influence de son signe seront de  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ ,  $\pm 3$  et  $\pm 4$ . Pour tous les résultats, les autres paramètres adimensionnels de configuration demeureront à leur valeur pour la configuration de base, c'est-à-dire  $k = 4$ ,  $\alpha = 0.79$  rad et  $F = 1.5$ . Par commodité, la variation du ratio de vitesse s'est faite en modifiant les conditions aux limites de la vitesse de rotation ( $\omega$ ) du contenant.

#### 4.3.1 Puissance d'agitation

La Figure 4.12 montre la variation de  $N_p$  en fonction de  $Re$  pour les ratios de vitesse -1, -2, -3 et -4. Pour chacun des ratios, l'allure générale de la courbe demeure la même, c'est-à-dire que  $N_p$  augmente rapidement avec  $Re$  jusqu'à une valeur maximale avant de diminuer par la suite. Malgré une petite différence pour  $n = -4$ , on constate qu'indépendamment de la valeur de  $n$  comprise entre -1 et -4,  $N_p$  maximal demeure à  $Re = 500$  comme pour la configuration de base ( $n = -2$ ). En somme, la variation du ratio de vitesse n'entraîne essentiellement qu'un

décalage vertical de la courbe de puissance. En d'autres mots, plus le ratio  $n$  est élevé, plus la puissance d'agitation, ou l'énergie consommée par unité de temps, sera élevée. Par ailleurs, pour  $n = -4$ , les  $Re$  testés ont été limités à 2500 pour des raisons de « facilité » de convergence. Cette remarque demeure pour toutes les courbes à venir où les  $Re$  testés sont inférieur à 4750.

Selon les courbes à la Figure 4.12, il apparaît également que le taux de variation de la puissance d'agitation avec  $n$  n'est pas constant pour tous les  $Re$ . En effet, à  $Re = 50$ , l'augmentation de la puissance semble quasi proportionnelle avec la valeur de  $n$  telle que montrée par une équidistance verticale entre les points des courbes. Par contre, à  $Re = 500$ , la distance verticale entre les points augmente avec  $n$ . Pour caractériser ce phénomène, la Figure 4.13 montre la variation de la puissance à  $Re = 50, 500$  et  $1000$  en fonction de  $n$  compris entre  $-0.25$  à  $-7.0$ . On remarque qu'à  $Re = 50$ , le taux de variation de la puissance avec  $n$  est effectivement quasi linéaire telle qu'illustrée par la faible courbure de la droite. Par contre, pour  $Re = 500$  et  $1000$ , il semble plutôt non-linéaire. La superposition des courbes à ces deux  $Re$  à la Figure 4.13 montre qu'il semble y avoir un plafond du taux de variation de la puissance avec  $n$ . Ceci est confirmé par la Figure 4.12 où la distance verticale entre les points des courbes pour  $Re > 500$  demeure approximativement inchangée.

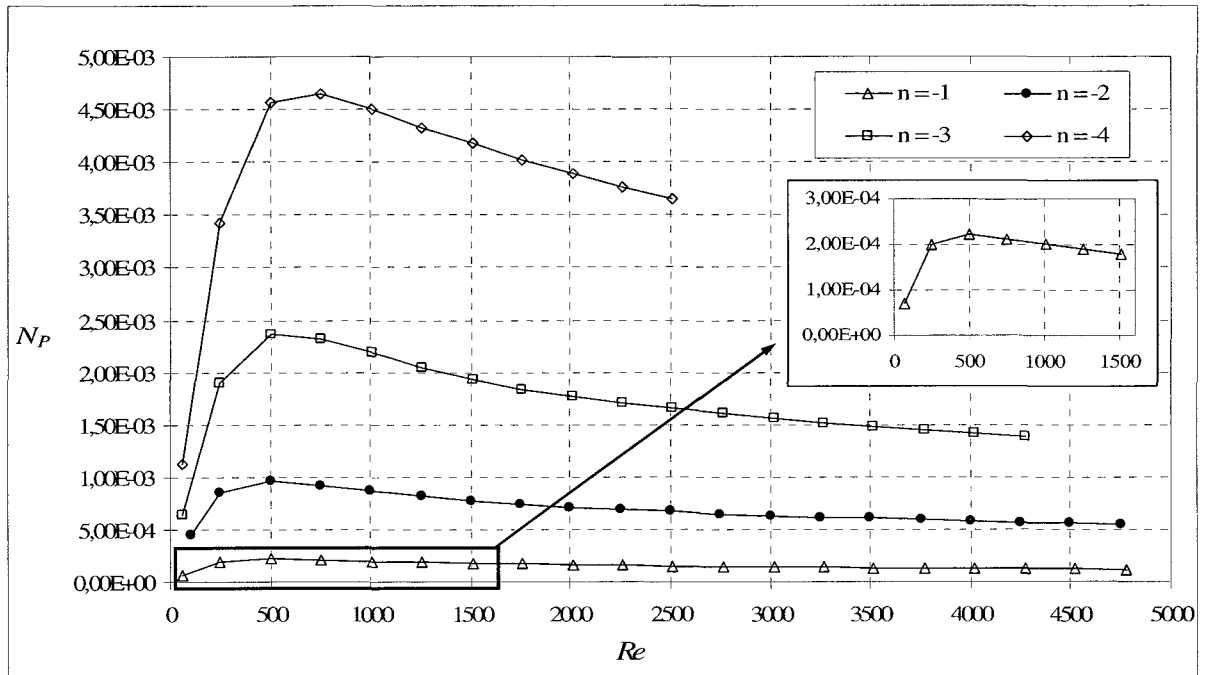


Figure 4.12 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$  pour  $n = -1, -2, -3$  et  $-4$ .

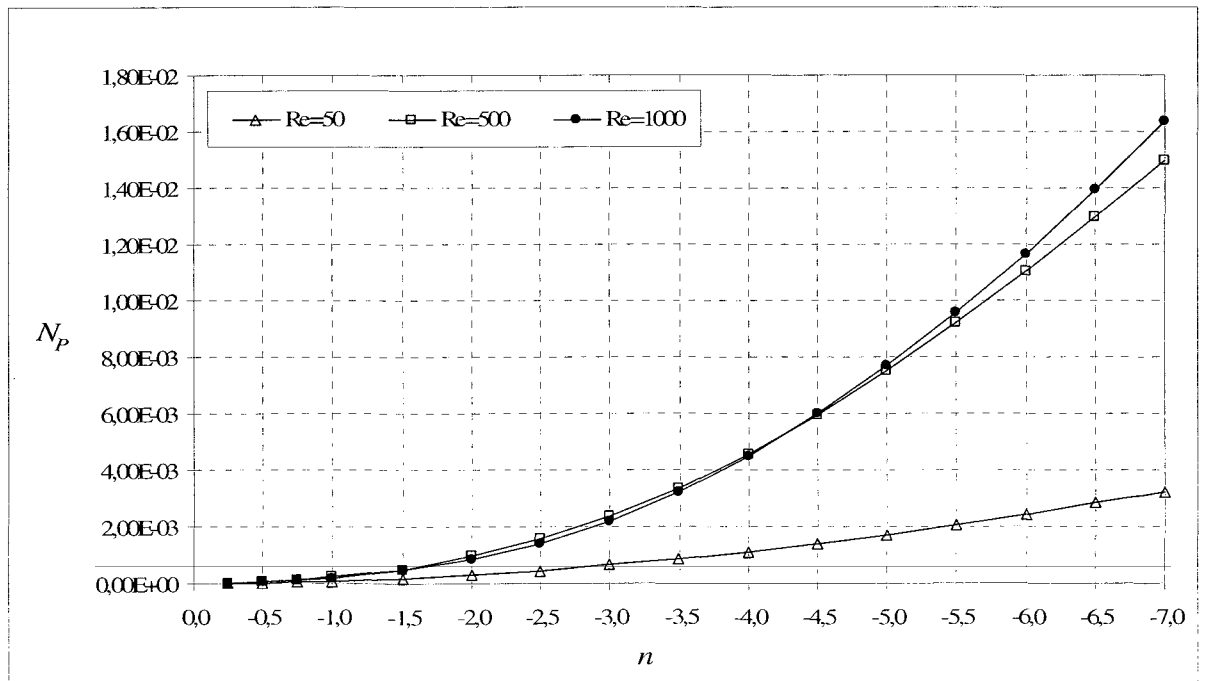


Figure 4.13 Puissance d'agitation en fonction de  $n$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$ .

La Figure 4.14 montre à présent l'influence du sens de la rotation par rapport à la révolution pour la puissance d'agitation en fonction de  $Re$  pour la configuration de base, soit le ratio  $n = \pm 2$ . Pour alléger le texte, les graphiques pour les ratios de  $\pm 1$ ,  $\pm 3$  et  $\pm 4$  sont présentés à l'annexe III respectivement aux figures III.1, III.2 et III.3. Pour la configuration de base, un sens de rotation identique à celui de la révolution ( $n = 2$ ) induit une baisse de la puissance d'agitation pour  $Re < 1450$  et l'inverse pour  $Re > 1450$ . De plus, la puissance maximale pour  $n = 2$  a lieu à  $Re = 2000$  contrairement pour  $n = -2$  où elle se situe à  $Re = 500$ . Les courbes pour  $n = \pm 1$  et celles pour  $n = \pm 3$  indiquent également qu'un ratio de vitesse positif induit une légère baisse de la puissance mais cette fois pour  $Re < 750$  dans le premier cas et pour  $Re < 1750$  dans le deuxième. Une augmentation du ratio de vitesse fait donc augmenter la valeur de  $Re$  de transition où un ratio de vitesse positif induit une puissance plus faible. Pour  $n = \pm 4$ , un ratio positif induit toujours une puissance d'agitation plus faible sur la plage de  $Re$  analysée.

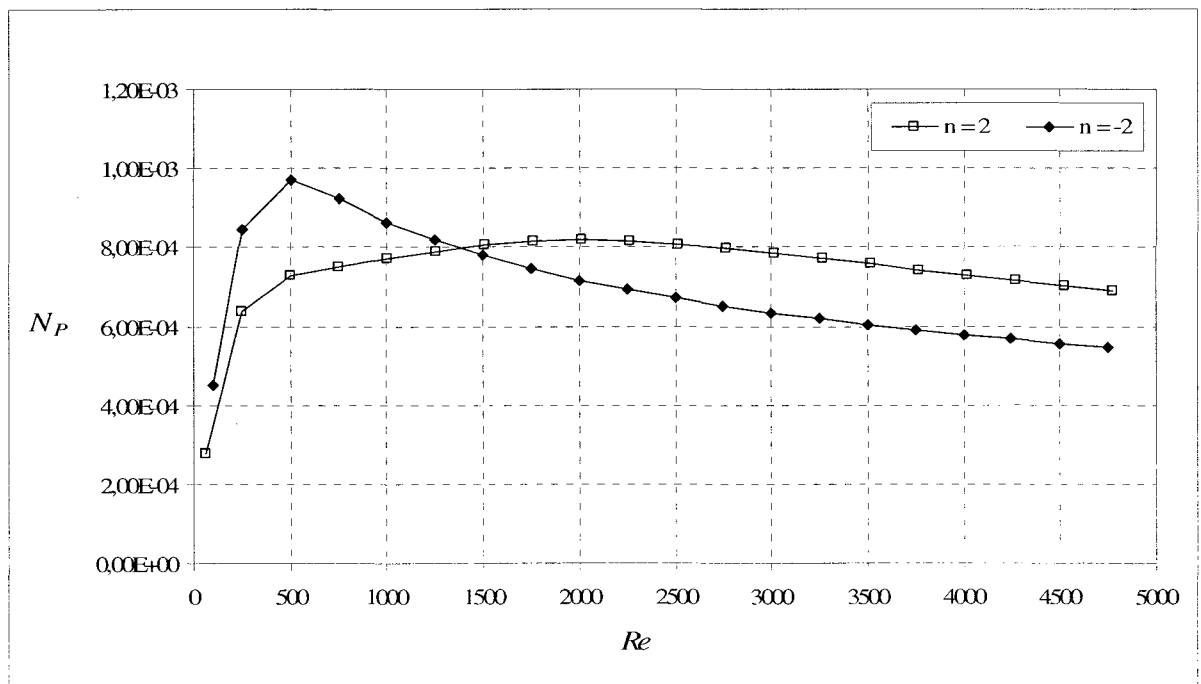


Figure 4.14 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$  pour  $n = \pm 2$ .

### 4.3.2 Flux axial moyen

La Figure 4.15 montre l'influence du ratio de vitesse sur la variation du flux axial moyen en fonction de  $Re$ . On constate qu'une augmentation de  $n$  entraîne également celle du flux axial moyen. De plus, indépendamment de la valeur de  $n$ , le flux axial varie de façon plus significative jusqu'à  $Re = 500$  où il tend ensuite rapidement vers un plateau, soit comme pour la configuration de base ( $n = -2$ ). Pour maximiser le flux axial du fluide, il y aurait donc avantage à augmenter le ratio de vitesse et à opter pour un régime d'opération de  $Re > 500$ .

Comme pour la puissance d'agitation, nous avons étudié la variation du flux axial moyen en fonction de  $n$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$  tel que montré à la Figure 4.16. Première constatation intéressante, le flux axial varie pratiquement linéairement avec  $n$ . De plus, son taux de variation, indiqué par la pente des droites, augmente avec  $Re$  et semble devenir constant pour  $Re > 1000$  comme le laisse penser le rapprochement des deux courbes à  $Re = 500$  et  $1000$  de la Figure 4.16 ainsi que le plateau des celles de la Figure 4.15.

L'influence du sens de la rotation sur le flux axial moyen est montrée à la Figure 4.17 pour  $n = \pm 2$ . Les graphiques pour  $n = \pm 1, \pm 3$  et  $\pm 4$  sont présentés à l'annexe III respectivement aux Figures III.4, III.5 et III.6. Pour tous les ratios de vitesse, un sens de rotation inverse à celui de la révolution ( $n < 0$ ) offre un mouvement plus important du fluide tel qu'indiqué par un flux axial moyen plus élevé sur toute la plage de  $Re$ . Malgré la différence des applications, ces résultats pour le MPSL concordent avec les travaux de Mio *et al.* (2002) sur le broyeur planétaire à bille qui indiquent également que le mouvement de la matière dans le contenant est plus important pour  $n < 0$ . Toutefois, contrairement à Mio *et al.* (2004), aucune valeur critique de  $n$  ne semble optimiser l'agitation. Sur la plage de  $Re$  où le flux axial forme un plateau, le gain relié à  $n < 0$  est d'environ 14% pour  $n = -1$  et  $-2$ , de 18% pour  $n = -3$  et de 25% pour  $n = -4$ . Par conséquent, indépendamment du ratio, il apparaît ainsi plus avantageux d'avoir un ratio de vitesse négatif pour maximiser le flux axial.

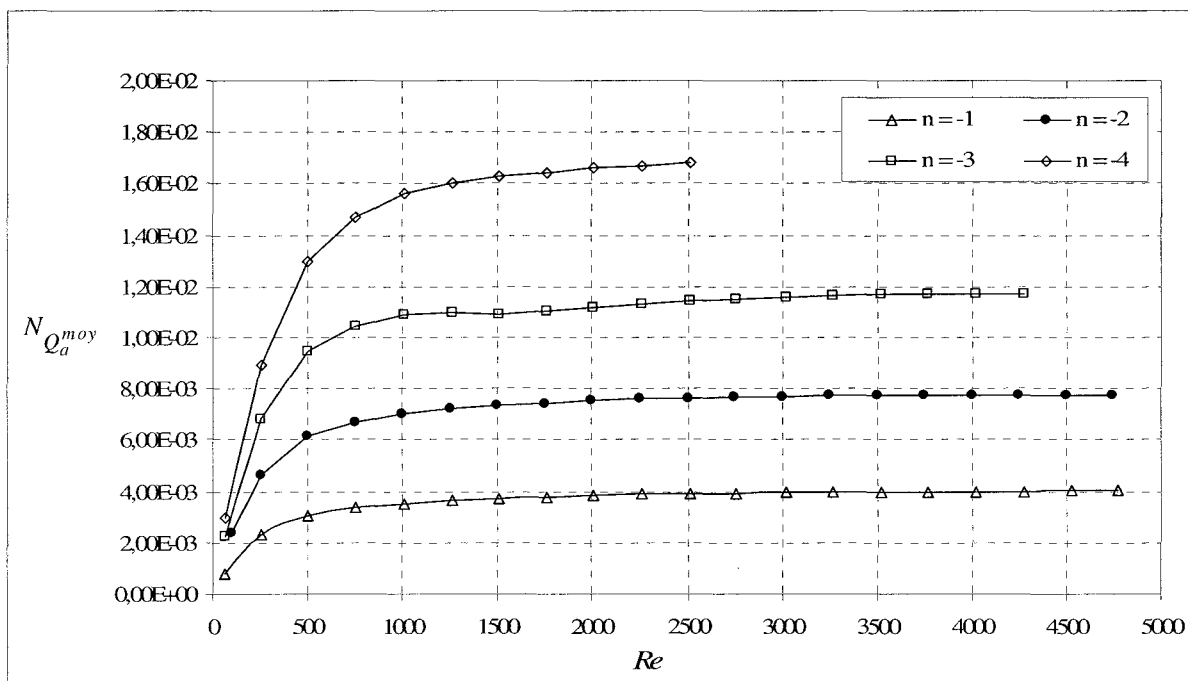


Figure 4.15 Flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $n = -1, -2, -3$  et  $-4$ .

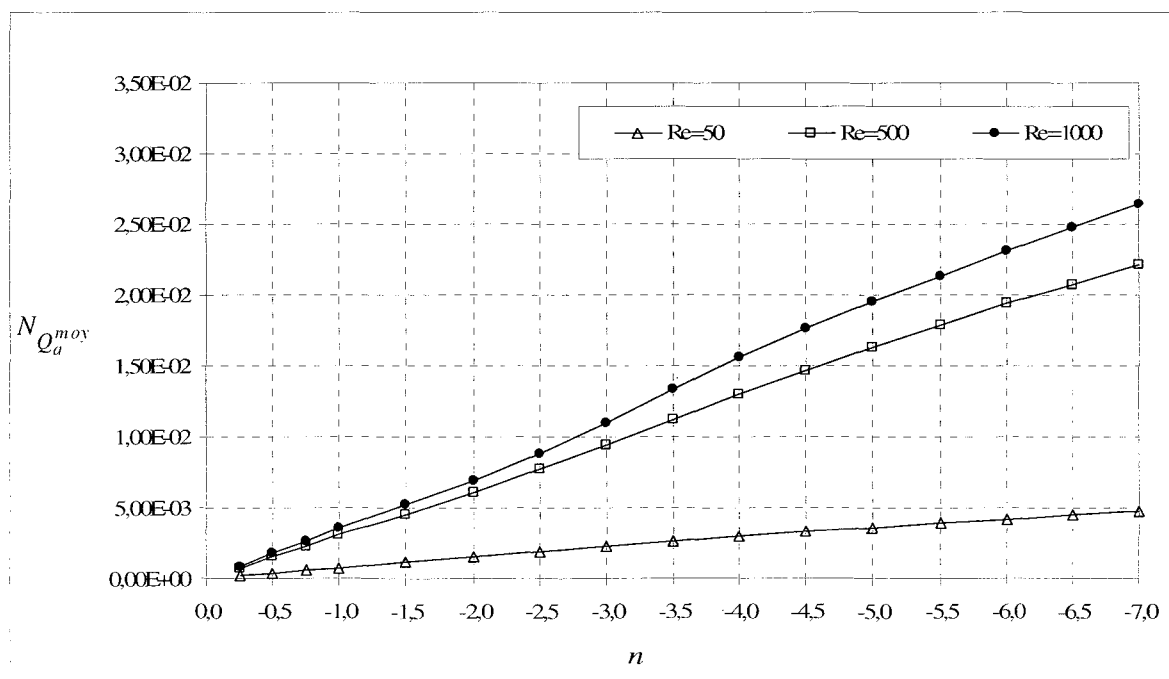


Figure 4.16 Flux axial moyen en fonction de  $n$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$ .

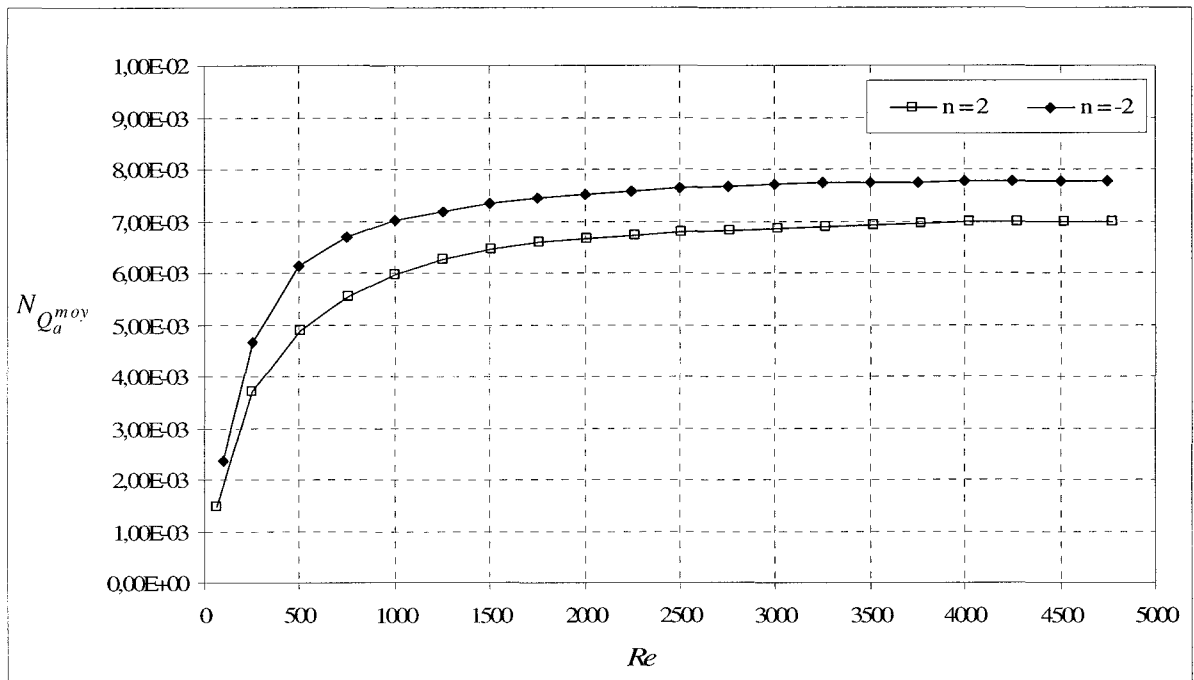


Figure 4.17 Flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $n = \pm 2$ .

### 4.3.3 Énergie cinétique

Selon la Figure 4.18, l'énergie cinétique augmente avec le ratio de vitesse sur toute la plage de  $Re$ . L'influence de  $n$  n'est toutefois pas du même ordre dépendamment de la valeur de  $Re$  comme le laisse penser la distance verticale entre les courbes de la Figure 4.18 qui augmente avec  $Re$ . La Figure 4.19 illustre plus spécifiquement ce point en montrant l'énergie cinétique en fonction de  $n$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$ . On remarque que l'énergie cinétique augmente plus rapidement avec  $n$  pour une valeur plus élevée de  $Re$ .

L'influence du sens de la rotation a un effet variable selon la valeur de l'énergie cinétique. La Figure 4.20 montre la comparaison pour  $n = \pm 2$ . Comme pour les mesures précédentes, les résultats pour  $n = \pm 1, \pm 3$  et  $\pm 4$  sont à l'annexe III respectivement aux figures III.7, III.8 et III.9. Dans le cas de la configuration de base ( $n = \pm 2$ ), un ratio de vitesse négatif offre une énergie cinétique plus élevée uniquement pour  $Re < 2750$ . Pour  $Re$  compris entre 2750 et



4750, l'écart apparaît négligeable. Concernant  $n = 1$  et  $-1$ , le sens de la rotation n'est pas très influent et l'écart demeure faible pour la plage complète de  $Re$ . L'augmentation de l'énergie cinétique pour  $n < 0$  est toutefois plus marquée pour  $n = 3$  et  $-3$  de même que pour  $n = 4$  et  $-4$  où le gain peut atteindre 133% à  $Re = 1000$  dans le cas de  $n = -4$ . Par conséquent, pour toutes valeurs de  $n$  comprises entre  $-1$  et  $-4$ , il est favorable d'avoir un ratio de vitesse négatif pour maximiser l'énergie cinétique. Cela concorde une fois de plus avec les travaux de Mio *et al.* (2002) sur le broyeur planétaire à bille à l'effet que l'énergie d'agitation est plus élevée pour  $n < 0$ . Toutefois encore, contrairement au broyeur planétaire à billes, il ne semble pas y avoir une valeur de ratio de vitesse critique où l'énergie cinétique est maximale dans le cas du MSPL.

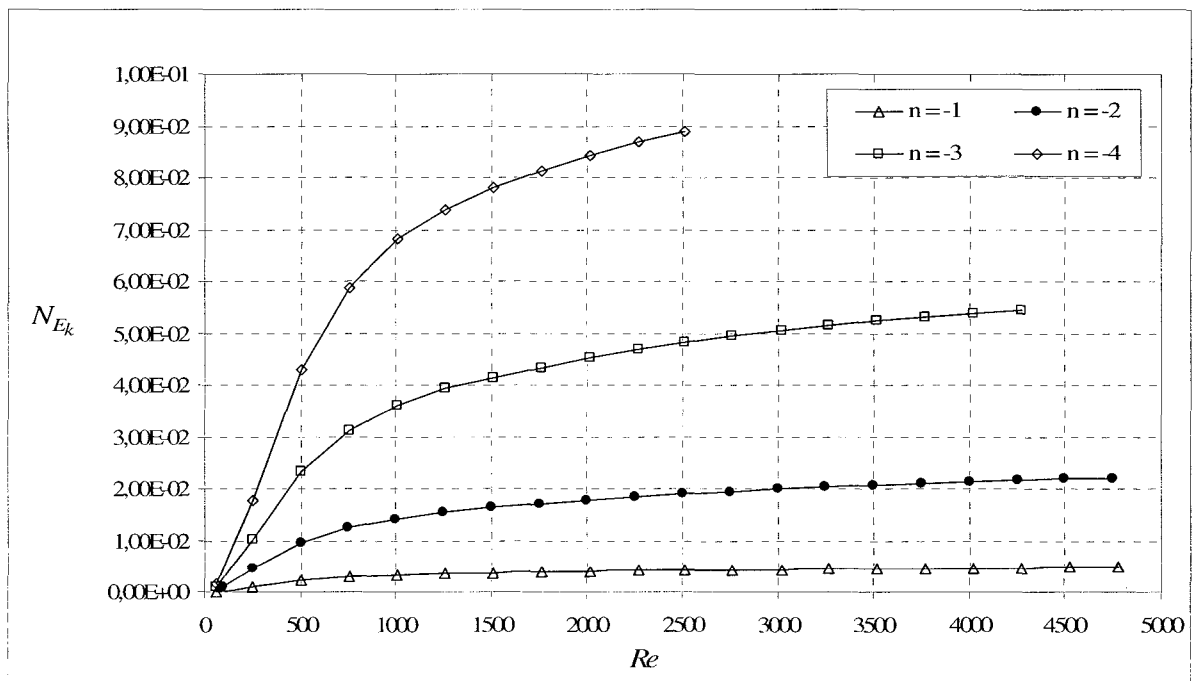


Figure 4.18 Énergie cinétique en fonction de  $Re$  pour  $n = -1, -2, -3$  et  $-4$ .

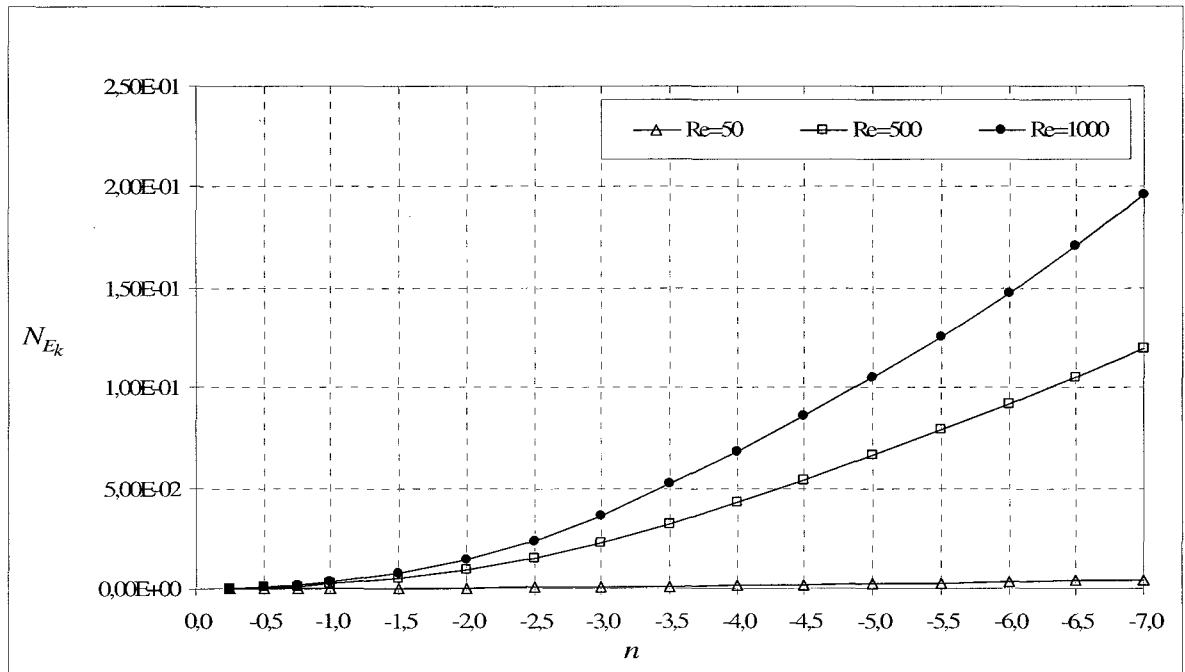


Figure 4.19 Énergie cinétique en fonction de  $n$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$ .

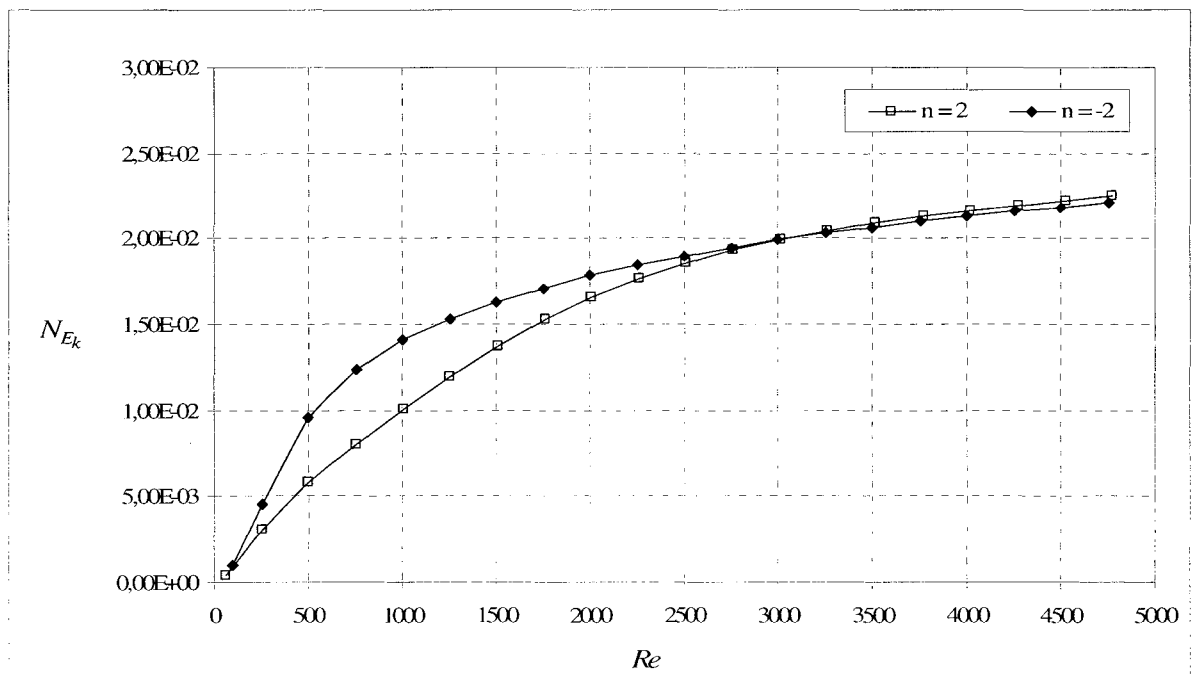


Figure 4.20 Énergie cinétique en fonction de  $Re$  pour  $n = \pm 2$ .

#### 4.3.4 Synthèse sur l'influence du ratio de vitesse

Aux sections précédentes, nous avons analysé l'influence de la variation du ratio de vitesse ( $n$ ) sur les mesures quantitatives de la dynamique de l'écoulement en maintenant les autres paramètres de configuration aux valeurs de  $k = 4.0$ ,  $F = 1.5$  et  $\alpha = 0.79$  rad. Les principales conclusions à retenir de cette analyse sont les suivantes :

- Indépendamment de la valeur de  $n$  (entre -1 et -4) et de  $Re$  (jusqu'à 4750), une augmentation de  $n$  provoque l'augmentation de la puissance d'agitation ( $N_p$ ), du flux axial moyen ( $N_{Q_a^{moy}}$ ) et de l'énergie cinétique ( $N_{E_k}$ ).
- Indépendamment de la valeur de  $n$  (entre -1 et -4), la valeur maximale de  $N_p$  demeure approximativement à  $Re = 500$  où elle diminue ensuite graduellement jusqu'à  $Re = 4750$ .
- Indépendamment de la valeur de  $n$  (entre -1 et -4), la valeur de  $N_{Q_a^{moy}}$  augmente significativement jusqu'à  $Re = 500$  et tend ensuite rapidement vers un plateau qui se maintient jusqu'à  $Re = 4750$ .
- Une valeur négative de  $n$  (entre -1 et -4) offre des gains pouvant aller jusqu'à 25% pour  $N_{Q_a^{moy}}$  et jusqu'à 133% pour  $N_{E_k}$  par rapport aux valeurs obtenues lorsque  $n$  a une valeur positive.
- Selon les points précédents, pour maximiser l'agitation tridimensionnelle du fluide, il est donc préférable d'augmenter la valeur du ratio de vitesse et que celui-ci ait une valeur négative.

#### 4.4 Influence du rapport de forme du mélangeur ( $k$ )

À cette section, nous examinons l'influence du rapport de forme du MPSL ( $k$ ) sur les trois mesures de la dynamique de l'écoulement. On rappelle que  $k$  correspond au rapport entre le rayon de révolution ( $R_0$ ) et le rayon intérieur du contenant ( $R_c$ )

$$k = \frac{R_0}{R_c}.$$

Pour tous les résultats de cette portion d'analyse, les autres paramètres adimensionnels de configuration conserve leur valeur de base, soit  $n = -2.0$ ,  $F = 1.5$  et  $\alpha = 0.79$  rad. De ce fait, une diminution de  $k$  indique alors que le contenant s'approche de l'axe de révolution (voir Figure 1.15.b). Pour des contraintes géométriques du MPSL, la valeur de  $k$  ne peut pas être trop petite afin d'éviter qu'une portion du contenant ne croise l'axe de révolution. En considérant que le contenant est rempli à pleine capacité de fluide (hauteur du contenant =  $H_F$ ), la valeur minimum de  $k$  peut être établie par la plus petite distance qui sépare le fluide de l'axe de révolution. Celle-ci, qui doit être supérieur ou égale à zéro, est définie par

$$R_0 - H_F \cdot \sin(\alpha) - R_c \cdot \cos(\alpha) \geq 0 \quad (4.2)$$

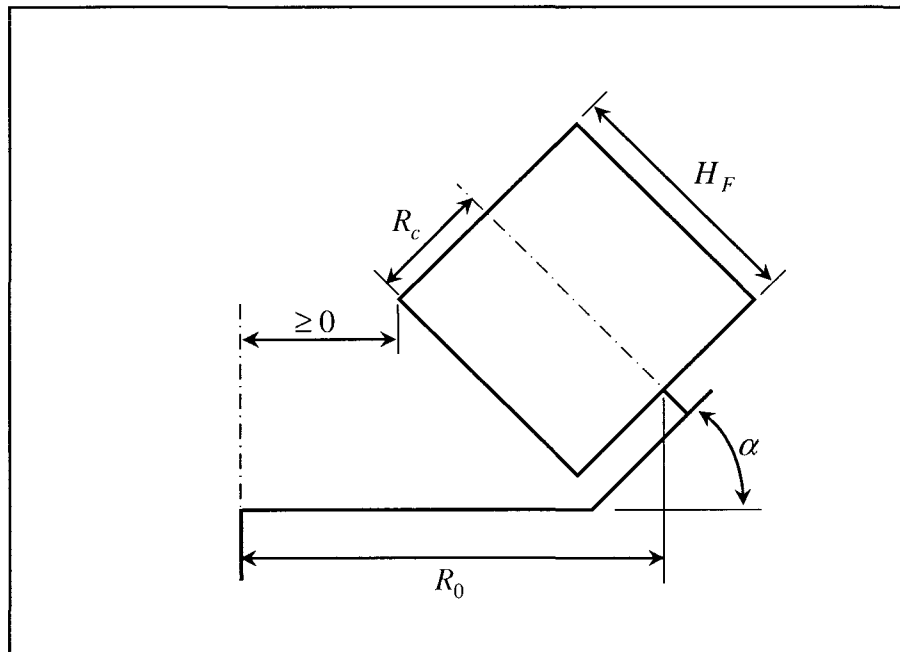
où  $R_0$  (m),  $H_F$  (m),  $\alpha$  (rad), et  $R_c$  (m) sont respectivement le rayon de révolution, la hauteur de fluide, l'inclinaison du contenant et le rayon intérieur du contenant (Figure 4.21). En divisant tous les termes de l'équation (4.2) par  $R_c$ , on obtient

$$\frac{R_0}{R_c} - \frac{H_F}{R_c} \cdot \sin(\alpha) - \cos(\alpha) \geq 0 \quad (4.3)$$

où l'on peut remplacer les termes  $R_0/R_c$  et  $H_F/R_c$  respectivement par les paramètres  $k$  et  $F$  ce qui permet d'obtenir la valeur minimale de  $k$  définie par

$$k \geq F \cdot \sin(\alpha) + \cos(\alpha). \quad (4.4)$$

Selon l'équation (4.4), sachant que pour notre étude  $F = 1.5$  et  $\alpha = 0.79$  (rad), la valeur minimum de  $k$  permise est de  $k = 1.79$ . Ce faisant, nous limiterons nos analyses à  $k \geq 2.0$ .



**Figure 4.21 Distance minimale permise entre le fluide et l'axe de révolution.**

#### 4.4.1 Puissance d'agitation

La Figure 4.22 montre la variation de la puissance d'agitation ( $N_p$ ) en fonction de  $Re$  pour  $k = 3, 4$  (configuration de base) et 6. Contrairement au ratio de vitesse ( $n$ ), on observe que l'augmentation de  $k$  entraîne une baisse significative de  $N_p$ . Il est très intéressant de constater que Kheifets et Lin (1996b) avaient identifié cette même caractéristique pour le broyeur planétaire à billes. Par ailleurs, la variation de  $k$  modifie également la valeur de  $Re$  où  $N_p$  est maximal. En effet, pour  $k = 3$ , la valeur maximale de  $N_p$  se situe au alentour de  $Re = 250$  contrairement pour  $k = 4$  et 6 où elle se trouve respectivement à  $Re = 500$  et  $Re = 1000$ . Il semblerait alors que la plage de  $Re$  où il y a une augmentation de  $N_p$  diminue avec  $k$ . Mentionnons que les  $Re$  testés pour  $k = 3$  ont été limités à  $Re = 2750$  pour des raisons de « facilité » de convergence. Cette remarque s'applique également à toutes les courbes à venir dont les  $Re$  testés sont inférieur à 4750.

La variation de  $N_p$  en fonction de  $k$  compris entre 2 et 8 est montrée à la Figure 4.23 pour  $Re = 50, 500$  et 1000. Indépendamment de la valeur de  $Re$ , il y a une baisse importante de  $N_p$  pour une augmentation de  $k$  compris entre 2 et 4. Pour  $k > 4$ , la variation de même que la valeur de  $N_p$  est pratiquement nulle. Également, le taux de variation de  $N_p$  en fonction de  $k$  est peu influencé par la valeur de  $Re$  tel que montré par la presque superposition des courbes de la Figure 4.23.

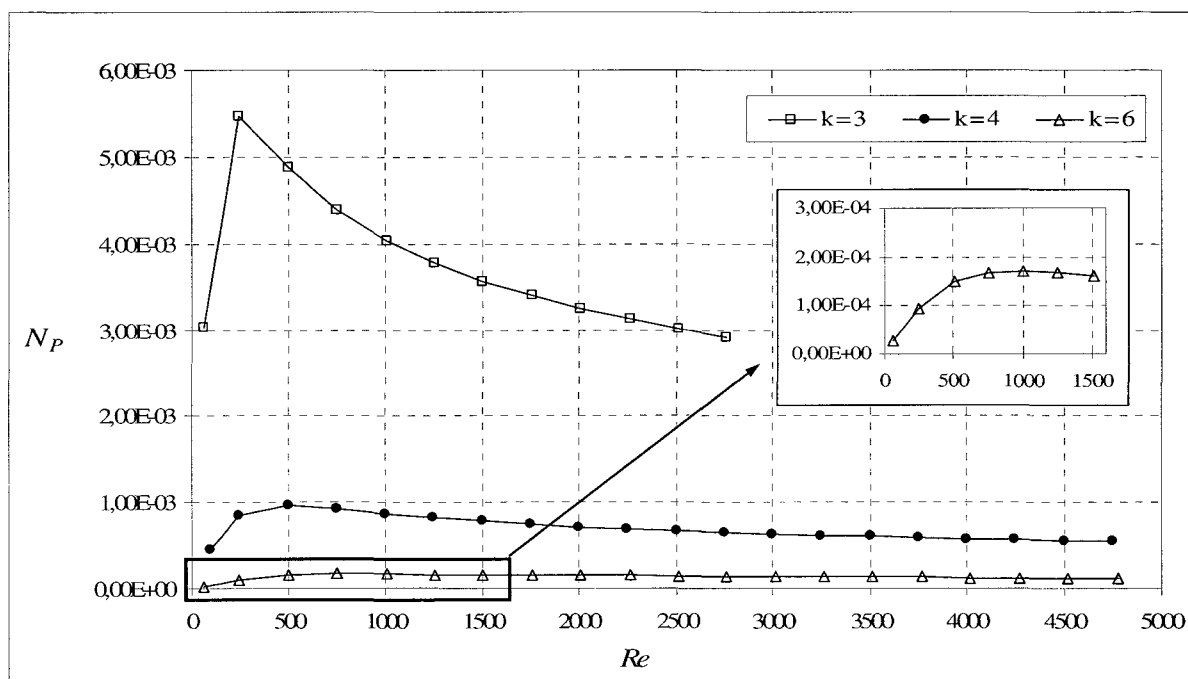


Figure 4.22 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$  pour  $k = 3, 4$  et  $6$ .

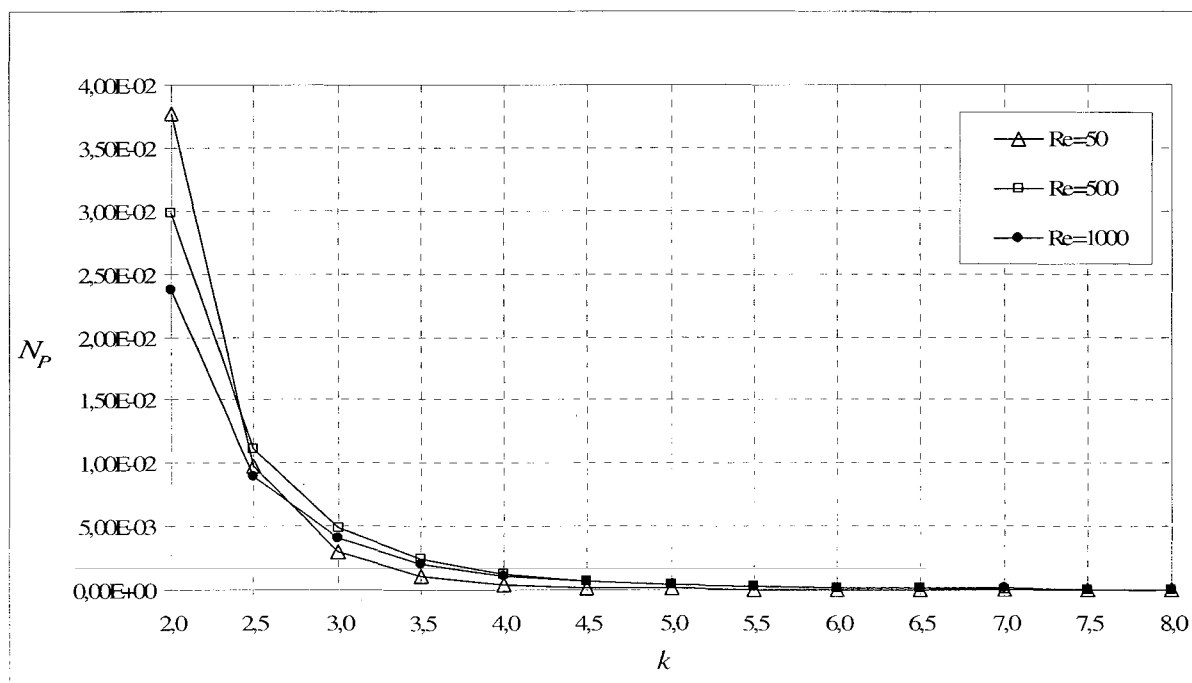


Figure 4.23 Puissance d'agitation en fonction de  $k$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$ .

#### 4.4.2 Flux axial

Comme nous l'avons vu avec la puissance d'agitation à la section précédente, une plus faible valeur de  $k$  favorise une augmentation de  $N_p$ . Par conséquent, selon nos conclusions émises pour la configuration de base (voir section 4.2.6), on présume que cela devrait avoir une conséquence directe sur le flux axial moyen ( $N_{Q_a^{moy}}$ ). Pour le vérifier, la Figure 4.24 montre la variation du flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $k = 3, 4$  et  $6$ . On constate qu'effectivement, une diminution de  $k$  entraîne une augmentation de  $N_{Q_a^{moy}}$ . De plus, indépendamment de la valeur de  $k$ ,  $N_{Q_a^{moy}}$  varie de façon plus importante jusqu'à un  $Re = 500$  où il tend ensuite rapidement vers un plateau qu'il maintient par la suite.

Les comparaisons de la variation de  $N_{Q_a^{moy}}$  en fonction de  $k$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$  sont montrées à la Figure 4.24. On constate à nouveau par la presque superposition des courbes à  $Re = 500$  et  $1000$  que  $N_{Q_a^{moy}}$  ne subit pas de différence significative pour  $Re > 1000$ . La plus forte influence de  $k$  se situe sur une plage comprise entre  $2$  et  $5$ . Par conséquent, pour maximiser le flux axial du fluide, il est favorable de rapprocher  $k$  de sa valeur minimum permise, qui dans ce cas-ci est de  $k = 2$ .



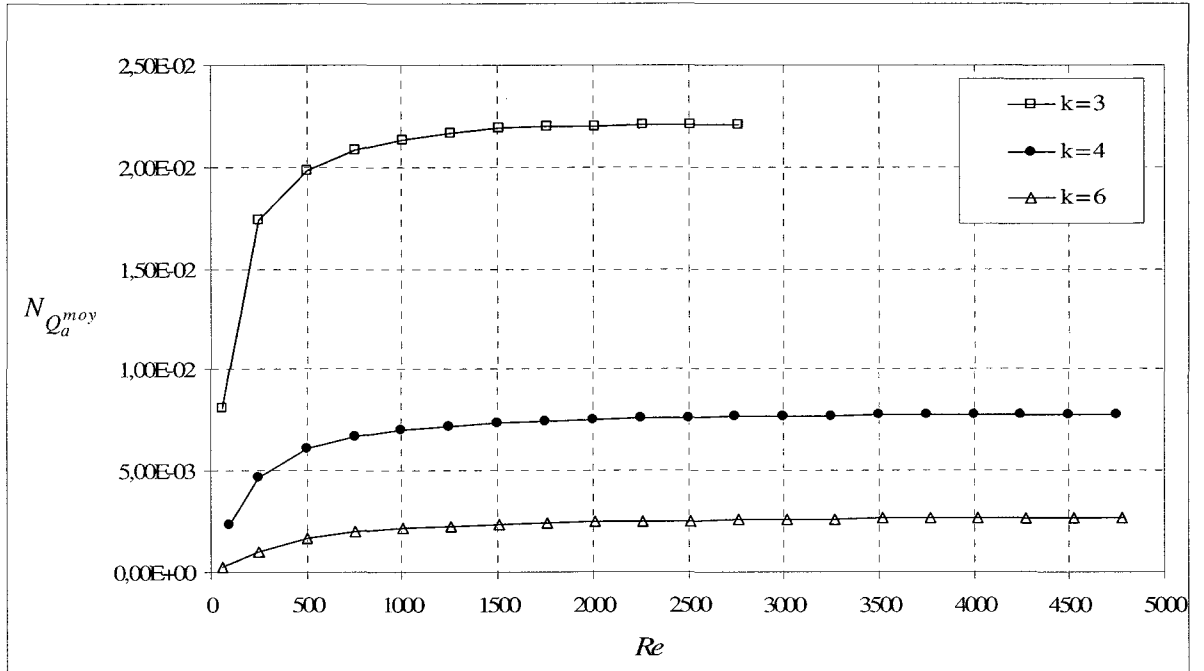


Figure 4.24 Flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $k = 3, 4$  et  $6$ .

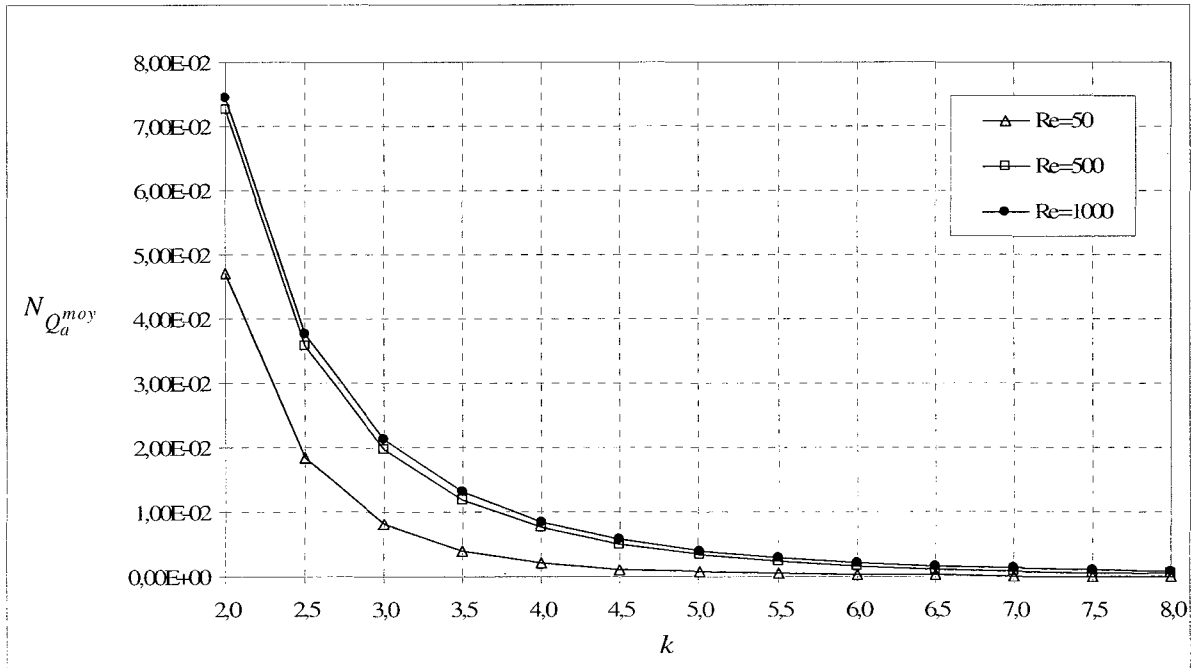


Figure 4.25 Flux axial moyen en fonction de  $k$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$ .

#### 4.4.3 Énergie cinétique

La Figure 4.26 montre l'influence de la variation de l'énergie cinétique ( $N_{E_k}$ ) en fonction de  $Re$  pour  $k = 3, 4$  et  $6$ . Comme pour  $N_P$  et  $N_{Q_a^{moy}}$ , une diminution de  $k$  entraîne une augmentation de  $N_{E_k}$ . De plus, on constate que  $N_{E_k}$  augmente sur une plus grande plage de  $Re$  pour une plus petite valeur de  $k$ .

La variation de  $N_{E_k}$  en fonction de  $k$  compris entre 2 et 8 est montrée à la Figure 4.27 pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$ . Indépendamment de la valeur de  $Re$ , il y a une baisse importante de  $N_{E_k}$  pour une augmentation de  $k$  compris entre 2 et 5. Pour  $k > 5$ , la variation de même que la valeur de  $N_{E_k}$  est pratiquement nulle. Par conséquent, pour maximiser l'énergie cinétique du fluide, il est favorable de rapprocher  $k$  de sa valeur minimum permise, dans ce cas-ci de  $k = 2$ .

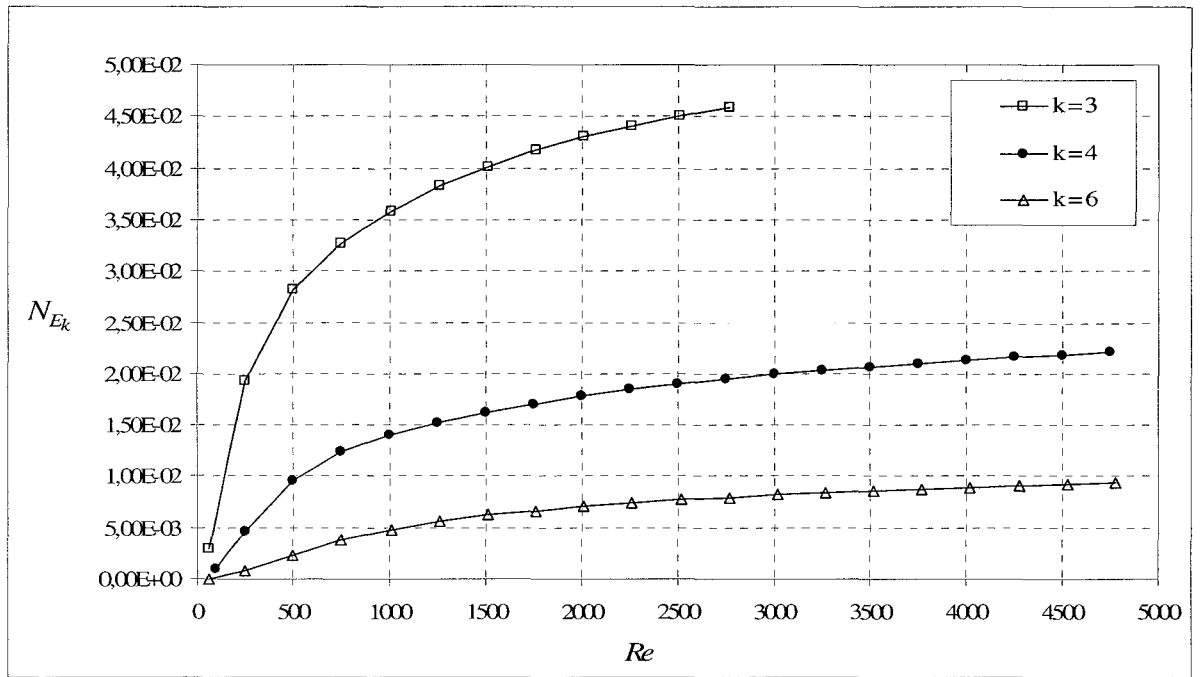


Figure 4.26 Énergie cinétique en fonction de  $Re$  pour  $k = 3, 4$  et  $6$ .

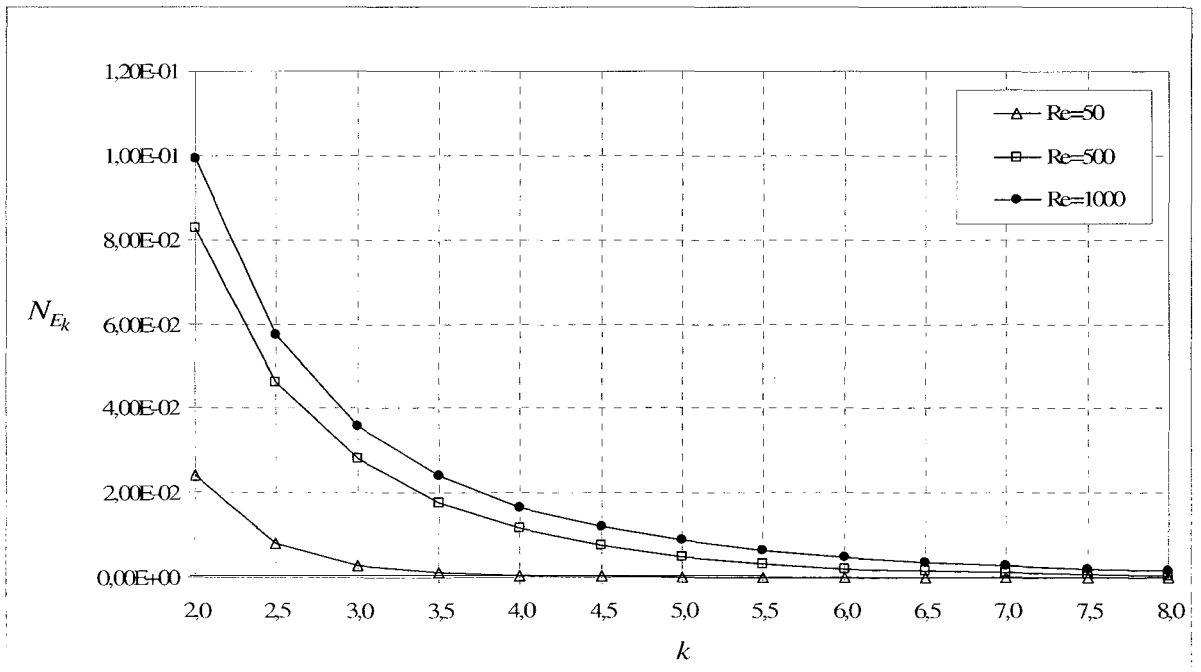


Figure 4.27 Énergie cinétique en fonction de  $k$  pour  $Re = 50, 500$  et  $1000$ .

#### 4.4.4 Synthèse sur l'influence du rapport de forme du mélangeur

Aux sections précédentes, nous avons analysé l'influence de la variation du rapport de forme du MPSL ( $k$ ) sur les mesures quantitatives de la dynamique de l'écoulement en maintenant les autres paramètres de configuration à leur valeur de base de  $n = -2.0$ ,  $F = 1.5$  et  $\alpha = 0.79$  rad. Les principales conclusions à retenir de cette analyse sont les suivantes :

- Indépendamment de la valeur de  $k$  (entre 2 et 8) et de  $Re$  (jusqu'à 4750), une diminution de  $k$  provoque l'augmentation de  $N_p$ , de  $N_{Q_a^{moy}}$  et de  $N_{E_k}$ . L'augmentation est plus significative pour  $k < 5$ .
- La plage de  $Re$  pour laquelle  $N_p$  augmente avec le  $Re$  diminue avec  $k$ . Autrement dit, la valeur maximale de  $N_p$  à lieu à une plus faible valeur de  $Re$  à mesure que  $k$  diminue.
- Indépendamment de la valeur de  $k$  (entre 2 et 8), la valeur de  $N_{Q_a^{moy}}$  augmente significativement jusqu'à  $Re = 500$  et tend ensuite rapidement vers un plateau qui se maintient par la suite jusqu'à  $Re = 4750$ .
- Selon les points précédents, pour maximiser l'agitation du fluide, il est donc préférable d'opter pour  $k$  le plus près possible de sa valeur minimum permise par les contraintes géométriques du MPSL. Pour une géométrie donnée de contenant, cela signifie de le rapprocher le plus possible de l'axe de révolution.

#### 4.5 Influence de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ )

Nous nous sommes également intéressés à connaître l'influence de l'inclinaison ( $\alpha$ ) du contenant sur les caractéristiques de la dynamique de l'écoulement. Tous les résultats concernant cette portion de l'analyse, excepté ceux à  $45^\circ$ , ont été produits par Kader (2009) dans le cadre d'un projet de fin d'études au baccalauréat en génie mécanique à l'École de technologie supérieure. Ce projet avait pour mandat d'appliquer le modèle numérique utilisé dans ce mémoire pour décrire les caractéristiques de l'écoulement et du mélange à des angles de  $\alpha = 0.52 \text{ rad}$  ( $30^\circ$ ),  $1.05 \text{ rad}$  ( $60^\circ$ ) (Figure 4.28). Pour tous les résultats, tous les autres paramètres adimensionnels de configuration conservent leur valeur de base, soit  $n = -2$ ,  $k = 4$  et  $F = 1.5$ . Mentionnons que pour cette section, les  $Re$  testés pour  $\alpha = 0.52 \text{ rad}$  ont été limités à  $Re = 3500$  pour des raisons de « facilité » de convergence.

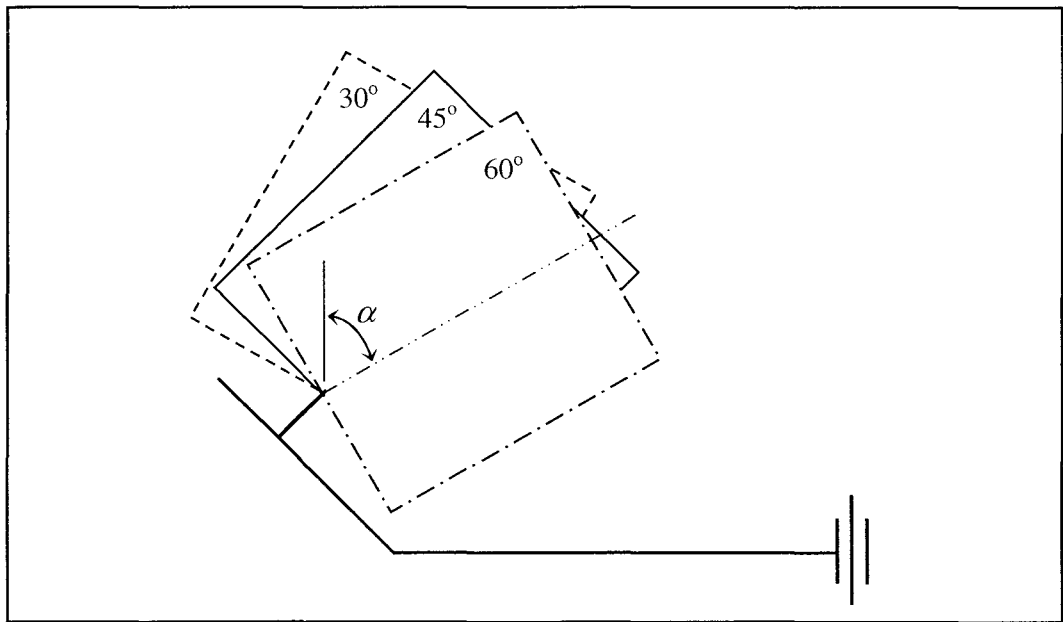


Figure 4.28 Variation de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du contenant.

#### 4.5.1 Puissance d'agitation

La Figure 4.29 montre la comparaison des courbes de  $N_p$  en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad ( $30^\circ$ ),  $0.79$  ( $45^\circ$ ) et  $1.05$  rad ( $60^\circ$ ). Les angles de  $\alpha = 0.52$  rad et  $1.05$  rad entraînent respectivement une baisse et une hausse de  $N_p$  comparativement à celle pour  $\alpha = 0.79$  rad. De plus, on remarque que pour  $Re > 250$ , l'écart entre les valeurs de  $N_p$  pour les trois inclinaisons demeure à peu près constant. Cela indique que le gain entre  $\alpha$  et  $N_p$  serait probablement linéaire pour  $Re > 250$  et  $\alpha$  compris entre  $0.52$  rad et  $1.05$  rad. On constate également que la valeur de  $\alpha$  n'affecte pas le  $Re$  auquel se situe la valeur maximale de  $N_p$ , soit à  $Re = 500$ . Ce faisant, en se basant sur nos observations précédentes quant au lien entre la topologie d'écoulement et la puissance d'agitation pour la configuration de base, on pourrait supposer ici que la plage de  $Re$  où se modifie significativement la topologie d'écoulement serait indépendante de l'angle d'inclinaison du contenant.

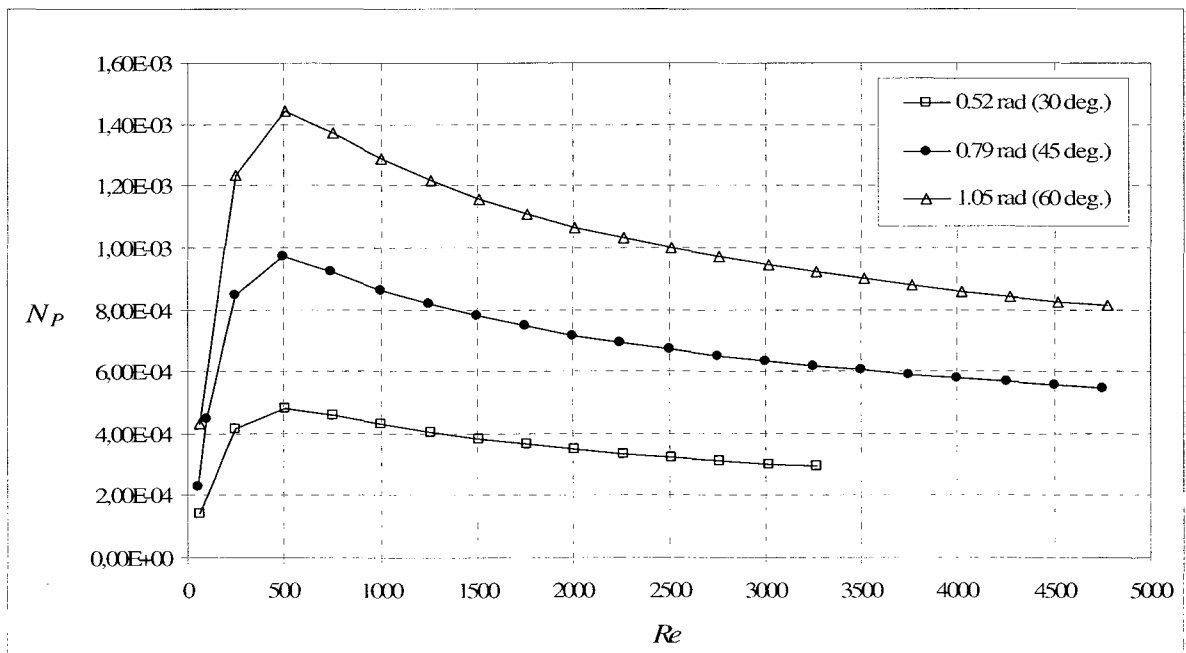


Figure 4.29 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad,  $0.79$  rad et  $1.05$  rad.

### 4.5.2 Flux axial moyen

La Figure 4.29 montre la comparaison des courbes de  $N_{Q_a^{moy}}$  en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad ( $30^\circ$ ),  $0.79$  ( $45^\circ$ ) et  $1.05$  rad ( $60^\circ$ ). Bien que la configuration à  $\alpha = 1.05$  rad requière une puissance d'agitation plus élevée qu'à  $\alpha = 0.79$  rad (Figure 4.29), l'écart de  $N_{Q_a^{moy}}$  entre ces deux configurations demeure faible sur la plage complète de  $Re$ . Seule la configuration à  $\alpha = 0.52$  rad entraîne une diminution plus marquée de  $N_{Q_a^{moy}}$  et par le fait même, de la composante axiale de vitesse. Pour les 3 angles,  $N_{Q_a^{moy}}$  subit sa plus grande variation jusqu'à  $Re = 500$  et tend ensuite rapidement vers un plateau qu'il maintient ensuite. Une inclinaison du contenant de  $\alpha = 0.79$  rad constitue donc une configuration adéquate pour maximiser  $N_{Q_a^{moy}}$  compte tenu que  $\alpha = 1.05$  rad est moins recommandée pour des facilités ergonomiques à introduire le contenant dans le MPSL.

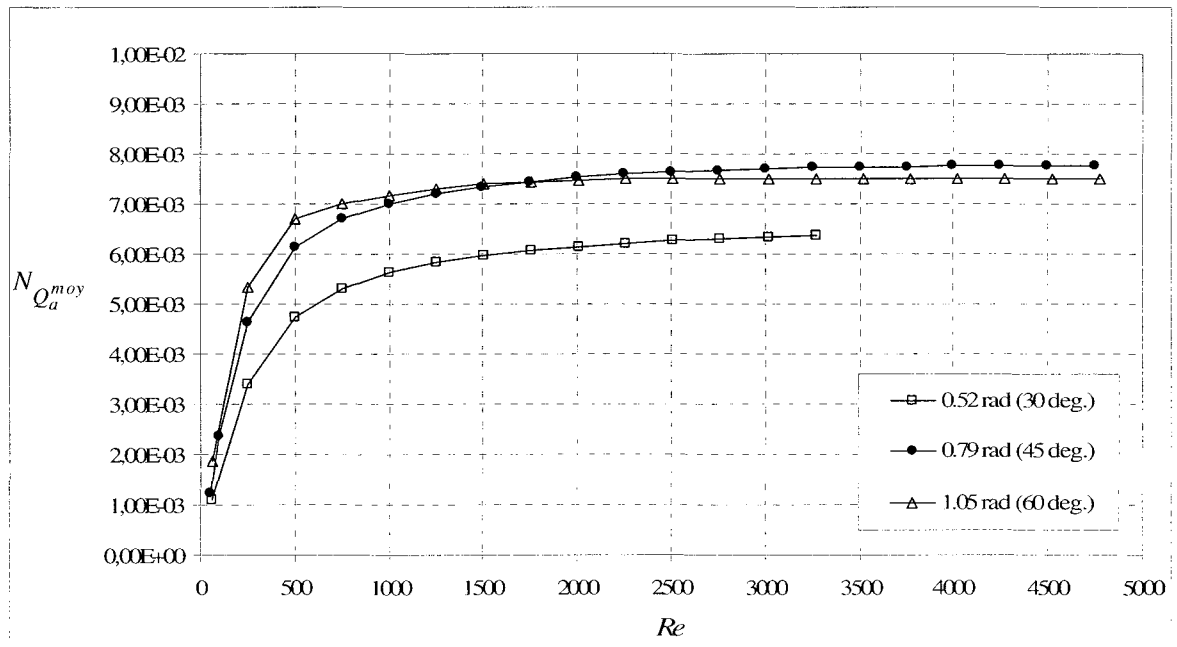


Figure 4.30 Flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad,  $0.79$  rad et  $1.05$  rad.

### 4.5.3 Énergie cinétique

À la section précédente, nous remarquons qu'un angle de  $\alpha = 1.05$  rad n'influçait pas significativement la valeur de  $N_{Q_a^{moy}}$  par rapport à  $\alpha = 0.79$  rad. Par contre, à la Figure 4.31, on constate qu'un angle de  $\alpha = 1.05$  rad induit une hausse significative de  $N_{E_k}$  et comme pour  $N_{Q_a^{moy}}$ , un angle de  $\alpha = 0.52$  rad provoque pour sa part une baisse de  $N_{E_k}$ . Pour les trois inclinaisons,  $N_{E_k}$  augmente plus significativement jusqu'à un  $Re = 500$  et continue ensuite à croître, mais de façon plus graduelle. Contrairement à  $N_{Q_a^{moy}}$  (Figure 4.30),  $N_{E_k}$  n'atteint pas de plateau au-delà d'un certain  $Re$ . Par conséquent, bien que cela soit moins recommandé pour des raisons d'ergonomie, nos résultats démontrent qu'un angle d'inclinaison du contenant de  $\alpha = 1.05$  rad ( $60^\circ$ ) serait donc favorable pour maximiser  $N_{E_k}$ .

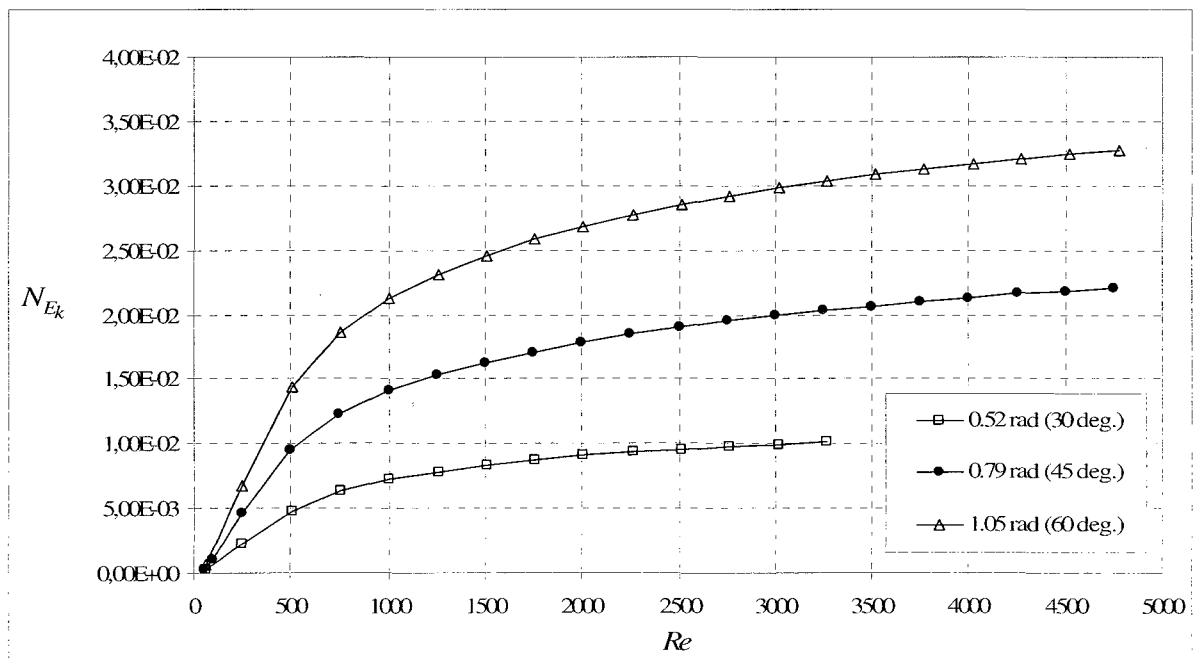


Figure 4.31 Énergie cinétique en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad,  $0.79$  rad et  $1.05$  rad.



#### 4.5.4 Synthèse sur l'influence de l'inclinaison du contenant

Aux sections précédentes, nous avons examiné l'influence de l'inclinaison ( $\alpha$ ) du contenant sur les mesures quantitatives de la dynamique de l'écoulement pour les paramètres  $n = -2.0$ ,  $k = 4.0$  et  $F = 1.5$ . Les principales conclusions à faire ressortir sont les suivantes :

- Indépendamment de  $\alpha$  (0.52 rad (30°), 0.79 rad (45°) ou 1.05 rad (60°)), la valeur de  $N_p$ , de  $N_{Q_a^{moy}}$  et de  $N_{E_k}$  augmente plus significativement jusqu'à  $Re = 500$ . La plage de  $Re$  où l'écoulement se modifie significativement est donc vraisemblablement indépendante de la valeur de  $\alpha$  sur la plage testée.
- La valeur de  $N_p$  augmente quasi proportionnellement avec  $\alpha$  pour  $Re > 250$ ;
- Indépendamment de  $\alpha$ ,  $N_{Q_a^{moy}}$  tend rapidement vers une saturation maximale pour  $Re > 500$ ;
- Un angle de  $\alpha = 0.51$  rad minimise  $N_{Q_a^{moy}}$  par rapport à  $\alpha = 0.79$  rad et  $\alpha = 1.05$  rad;
- La différence est peu significative pour  $N_{Q_a^{moy}}$  à  $\alpha = 0.79$  rad et  $\alpha = 1.05$  rad;
- Indépendamment de  $Re$ ,  $N_{E_k}$  augmente avec  $\alpha$ ;
- Selon les points précédents, pour maximiser l'agitation du fluide, il est préférable d'opter pour une inclinaison de  $\alpha = 1.05$  rad (60°). Toutefois, si l'objectif est uniquement de maximiser  $N_{Q_a^{moy}}$ ,  $\alpha = 0.79$  rad et 1.05 rad offrent des résultats sensiblement équivalents.

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, la caractérisation de la dynamique de l'écoulement dans le MPSL a été présentée. L'étude de la configuration de base a montré que pour celle-ci, il n'y a plus de changement majeur dans la structure topologique de l'écoulement pour  $Re \geq 500$ . Conséquemment, pour maximiser l'intensité d'agitation du fluide dans le contenant, il est préférable d'opérer la configuration de base à  $Re \geq 500$ . Ensuite, les influences du ratio de vitesse ( $n$ ), du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ) et de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ ) sur les caractéristiques de l'écoulement ont été étudiés. À ce sujet, rappelons que pour maximiser l'intensité d'agitation tridimensionnelle du fluide, il est préférable :

- D'augmenter la valeur de  $n$  et que celui soit négatif;
- De diminuer la valeur de  $k$  près de sa valeur minimale permise par la configuration. L'effet est plus significatif pour  $k < 5$ ;
- D'avoir une inclinaison du contenant de  $\alpha = 1.05 \text{ rad}$  ( $60^\circ$ ). Toutefois, si l'objectif est uniquement de maximiser le flux axial du fluide, une inclinaison de  $\alpha = 0.79 \text{ rad}$  ( $45^\circ$ ) est tout aussi optimale.

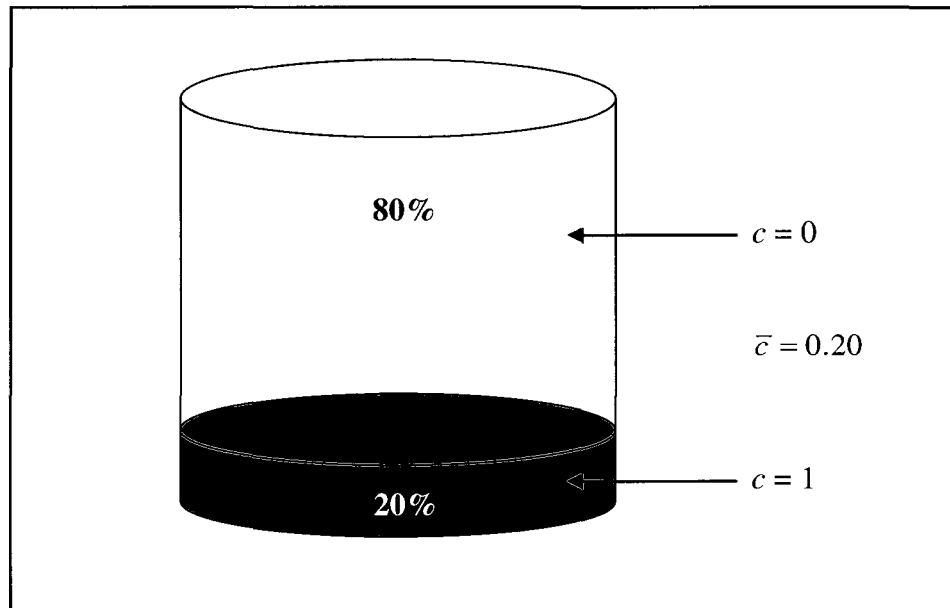
## CHAPITRE 5

### CARACTÉRISATION DE LA DYNAMIQUE DU MÉLANGE

#### 5.1 Introduction

Le chapitre 5 se consacre à la caractérisation de la dynamique du mélange dans un MPSL. À cet effet, selon les simplifications physiques émises pour cette recherche (voir section 3.4.1), il est possible de déterminer la dynamique du mélange par une approche découplée, c'est-à-dire de résoudre la dispersion d'un traceur passif dans un champ d'écoulement stationnaire préalablement établi. Au chapitre 4, nous avons effectué une caractérisation paramétrique de l'écoulement en déterminant les solutions stationnaires pour différentes configurations de MPSL à divers régimes d'opération. Dans ce chapitre, nous allons donc utiliser certaines de ces solutions pour caractériser maintenant la dynamique du mélange en déterminant les temps de mélange ( $N_{t_m}$ ) et l'énergie de mélange ( $N_{E_m}$ ). De la même manière que pour l'étude de la dynamique de l'écoulement, nous étudierons premièrement la configuration de base de MPSL avant de poursuivre avec une étude paramétrique sur l'influence du ratio de vitesse ( $n$ ), du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ) et de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ ).

Pour l'ensemble des résultats, nous avons allégé le temps de calcul en définissant  $N_{t_m}$  comme étant le temps où la concentration volumique ( $c$ ) du traceur passif atteint une uniformité de  $U_{CV} = 0.90$ . On mentionne à nouveau que la valeur de  $N_{t_m}$  se traduit comme le nombre de tours de révolution pour atteindre l'uniformité désirée. Nous avons fixé la valeur de la concentration moyenne à  $\bar{c} = 0.20$  en imposant une concentration de  $c = 1$  à 20% du domaine et de  $c = 0$  pour le reste (Figure 5.1). Cette proportion de traceur est comparable à celles que l'on peut observer chez les opérations de G-Explore.



**Figure 5.1 Profil initial de la concentration du traceur passif.**

## 5.2 Étude de la configuration de base

Rappelons que la configuration de base de MPSL est en lien avec les caractéristiques du principal modèle conçu par G-Explore. Le Tableau 4.1, que l'on reprend ici, résume les paramètres adimensionnels qui décrivent cette configuration.

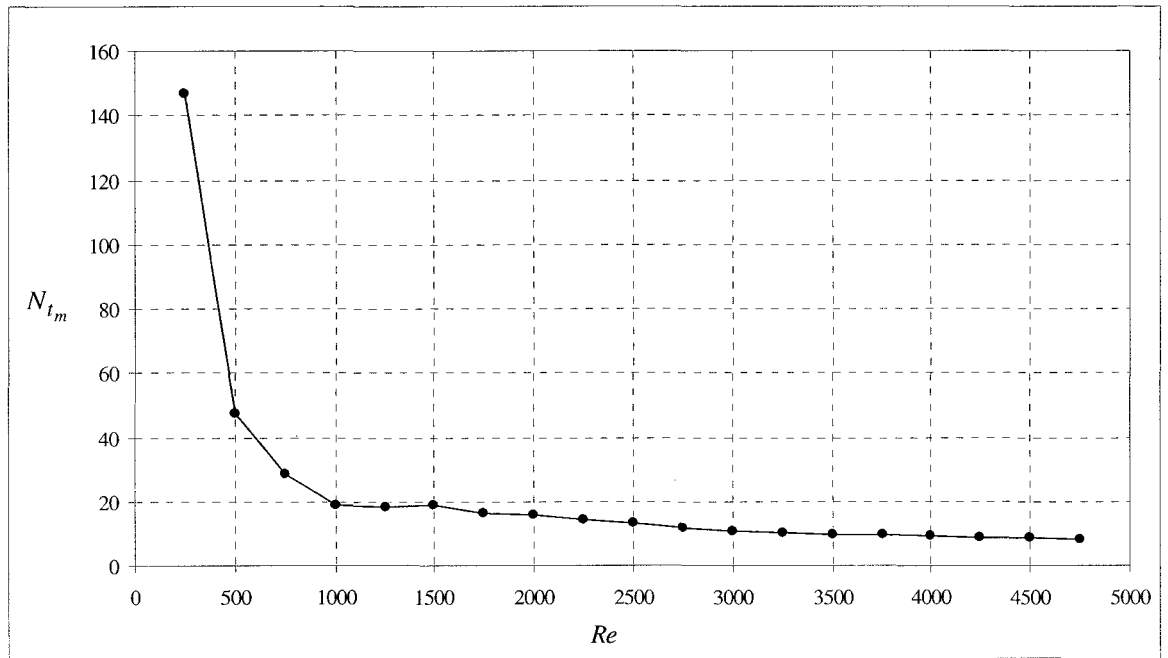
Paramètres adimensionnels de la configuration de base de MPSL

$n$	$k$	$F$	$\alpha$
-2.0	4.0	1.5	0.79 rad

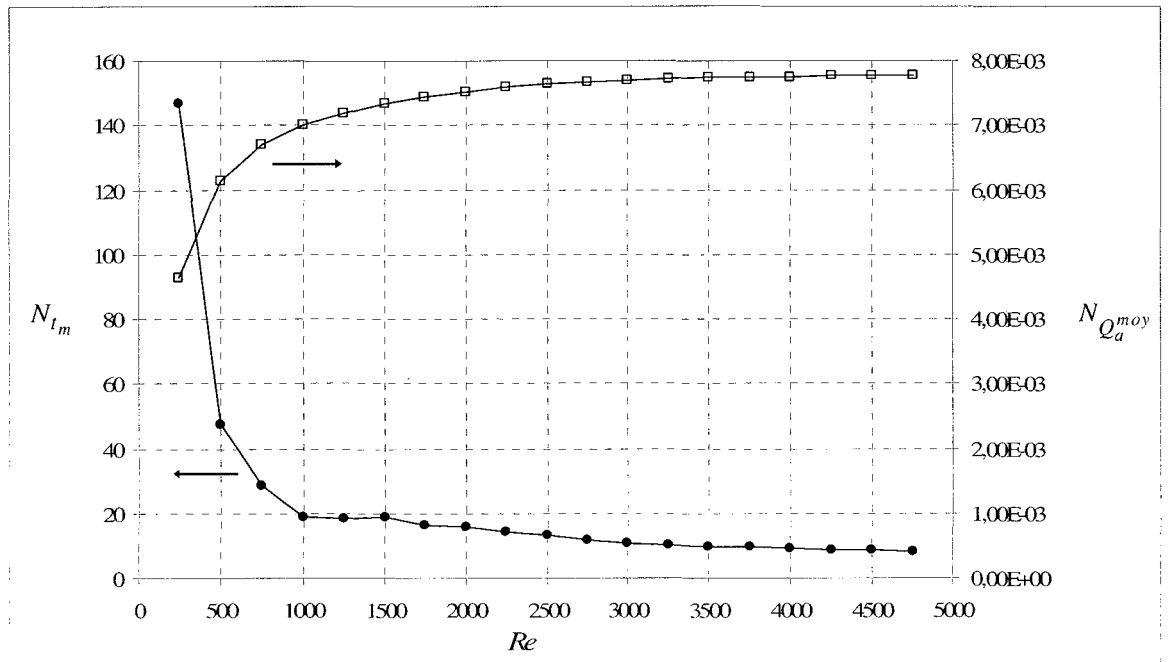
### 5.2.1 Temps de mélange

La Figure 5.2 montre la variation de  $N_{t_m}$  en fonction de  $Re$  pour la configuration de base. Compte tenu que pour  $Re \leq 100$  nous avons constaté que  $N_{t_m} > 600$ , nous présentons uniquement les valeurs pour  $Re > 100$ . On observe que  $N_{t_m}$  décroît rapidement avec  $Re$  où il passe de 147 pour  $Re = 250$  à 19 pour  $Re = 1000$ . Pour  $Re > 1000$ ,  $N_{t_m}$  décroît légèrement jusqu'à  $Re = 3500$  où il apparaît avoir atteint un plateau inférieur d'environ  $N_{t_m} = 9$ . Une telle variation de  $N_{t_m}$  avec  $Re$  est un phénomène qui est fréquemment observé dans le cas des mélangeur à cuve agité où le taux de variation varie, entre autres, en fonction de la géométrie de l'agitateur (Foucault, 2004). En ce qui nous concerne, pour minimiser  $N_{t_m}$  de la configuration de base de MPSL, il conviendrait d'opérer à  $Re \geq 1000$ .

On a constaté que la courbe de  $N_{t_m}$  à la Figure 5.2 possède des caractéristiques semblables à celle de  $N_{Q_a^{moy}}$  présentée précédemment à la Figure 4.8. Pour le montrer, nous avons tracé les deux courbes sur un même graphique à la Figure 5.3. Comme pour  $N_{t_m}$ ,  $N_{Q_a^{moy}}$  subit une grande variation jusqu'à  $Re = 1000$  suivi d'une variation moins significative jusqu'à  $Re = 3500$  où il demeure pratiquement constant par la suite. Cette constatation montre que la valeur de  $N_{t_m}$  serait gouvernée en grande partie par l'intensité de  $N_{Q_a^{moy}}$ . Pour une même configuration de MPSL ( $n$ ,  $k$ ,  $F$  et  $\alpha$  fixes), une augmentation de  $N_{Q_a^{moy}}$  indiquerait une diminution de  $N_{t_m}$ . À l'étude paramétrique, nous examinerons si la corrélation entre  $N_{t_m}$  et  $N_{Q_a^{moy}}$  demeure valide pour une variation des autres paramètres de configuration du MPSL.



**Figure 5.2 Temps de mélange en fonction de  $Re$ .**  
(Configuration de base)



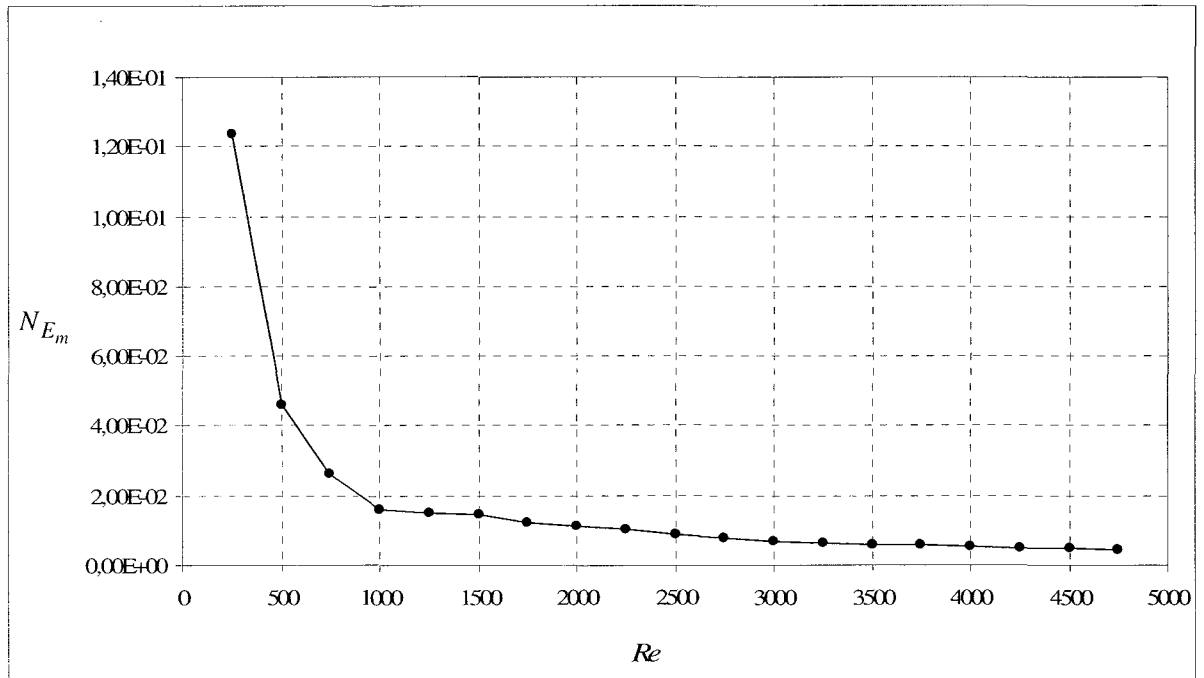
**Figure 5.3 Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de  $Re$ .**  
(Configuration de base)

### 5.2.2 Énergie de mélange

En connaissant les valeurs de  $N_P$  et de  $N_{t_m}$ , il est possible de déterminer le coût énergétique du mélange par la mesure de l'énergie de mélange ( $N_{E_m}$ ) telle que définie précédemment par (Éq. (3.26))

$$N_{E_m} = N_P \cdot N_{t_m}.$$

La Figure 5.4 montre la variation de  $N_{E_m}$  en fonction de  $Re$  pour la configuration de base. On constate que l'allure de la courbe de  $N_{E_m}$  est très similaire à celle de  $N_{t_m}$  à la Figure 5.2 qui décroît rapidement jusqu'à  $Re = 1000$  et diminue graduellement par la suite. Toutefois, contrairement à  $N_{t_m}$ ,  $N_{E_m}$  ne devient pas constant et continue, quoique faiblement, à diminuer pour  $Re > 3500$ . Ce phénomène est dû à la variation de  $N_P$  montrée précédemment à la Figure 4.5 (p. 112) qui continue à diminuer jusqu'à  $Re = 4750$  après avoir atteint sa valeur maximale à  $Re = 500$ . Par conséquent, pour minimiser  $N_{E_m}$ , il est préférable d'opérer la configuration de base de MSPL à  $Re \geq 1000$ .



**Figure 5.4** Énergie de mélange en fonction de  $Re$ .  
(Configuration de base)

### 5.2.3 Synthèse sur la configuration de base

Aux sections précédentes, nous avons étudié la variation du temps de mélange ( $N_{t_m}$ ) et de l'énergie de mélange ( $N_{E_m}$ ) en fonction de  $Re$  pour la configuration de base de MPSL. Les principales conclusions à retenir sont les suivantes :

- Jusqu'à  $Re = 1000$ , une augmentation de  $Re$  induit une réduction significative de  $N_{t_m}$ . Pour  $Re > 1000$ , la valeur de  $N_{t_m}$  varie moins significativement et semble atteindre un plateau minimum au alentour de  $Re = 3500$ ;



- Une corrélation semble exister entre le flux axial moyen ( $N_{Q_a^{moy}}$ ) et  $N_{t_m}$  à l'effet qu'une augmentation ou une valeur plafond de  $N_{Q_a^{moy}}$  indique une diminution ou une valeur plancher de  $N_{t_m}$  ;
- Jusqu'à  $Re = 1000$ , une augmentation de  $Re$  induit une réduction significative de  $N_{E_m}$  . Pour  $Re > 1000$ , la valeur de  $N_{E_m}$  continue à diminuer quoique que faiblement;
- Selon les points précédent, il est donc préférable d'opérer la configuration de base à  $Re \geq 1000$  pour minimiser à la fois  $N_{t_m}$  et  $N_{E_m}$  .

### 5.3 Influence du ratio de vitesse ( $n$ )

Comme pour la dynamique de l'écoulement, nous examinerons également l'influence du ratio de vitesse ( $n$ ) sur la valeur de  $N_{t_m}$  et  $N_{E_m}$  . À cette fin, nous avons déterminé la variation de ces deux mesures à  $Re = 500$  en faisant varier  $n$  de -1 à -7. Les autres paramètres adimensionnels de configuration conservent leur valeur de base, soit  $k = 4.0$ ,  $F = 1.5$  et  $\alpha = 0.79$  rad. Le choix d'effectuer l'analyse à  $Re = 500$  est basé sur le fait qu'au chapitre 4, nous n'observions plus de changement topologique majeur de l'écoulement pour la configuration de base au-delà de cette valeur de  $Re$  (voir section 4.2.3, p. 110). Étant limité dans l'étendue de notre projet de recherche, il serait pertinent d'étudier dans le cadre de projets futurs l'influence de  $n$  sur une plus grande plage de  $Re$  afin d'évaluer par exemple son impact sur la valeur de  $Re$  au-delà de laquelle  $N_{t_m}$  ne subit plus de variation significative.

### 5.3.1 Temps de mélange

On remarque à la Figure 5.5 que  $N_{t_m}$  diminue significativement pour une augmentation de  $n$  compris entre -1 et -2. Toutefois,  $N_{t_m}$  demeure pratiquement constant pour  $n$  compris entre -2 et -7. Ce faisant, pour les valeurs de  $k = 4.0$ ,  $F = 1.5$   $\alpha = 0.79$  rad, il est donc préférable d'opter pour  $n \geq 2$  pour minimiser  $N_{t_m}$ . Cela indique que la configuration de base à une valeur optimale de  $n$ .

Par ailleurs, on constate que la variation  $N_{t_m}$  en fonction de  $n$  montrée à la Figure 5.5 amène une limitation à la corrélation entre  $N_{t_m}$  et  $N_{Q_a^{moy}}$  à l'effet qu'une augmentation de ce dernier provoquait une diminution de  $N_{t_m}$ . Cette conclusion ne semble pas être toujours valable pour une variation de  $n$ . Pour mieux illustrer ce point, nous avons retracé les deux courbes sur un même graphique à la Figure 5.6. Pour une variation de  $n$  à  $Re$  fixe,  $N_{t_m}$  ne varie plus en lien direct avec  $N_{Q_a^{moy}}$ . Ce dernier augmente proportionnellement avec  $n$  tandis que  $N_{t_m}$  diminue rapidement jusqu'à  $n = -2$  avant de devenir pratiquement constant jusqu'à  $n = -7$ . L'explication de ce phénomène dépasse les objectifs de cette recherche. Par contre, nous pourrions conjecturer que l'équilibre entre les forces centrifuges de révolution et de rotation, qui est modifié par le changement du ratio de vitesse, pourrait probablement avoir un rôle important à jouer dans ce phénomène. Cela nous amène donc à limiter la corrélation entre  $N_{Q_a^{moy}}$  et  $N_{t_m}$  présentée à la section 5.1 lorsque seul la valeur de  $Re$  est modifiée, c'est-à-dire aux valeurs de  $F$ ,  $n$ ,  $k$  et  $\alpha$  fixes.

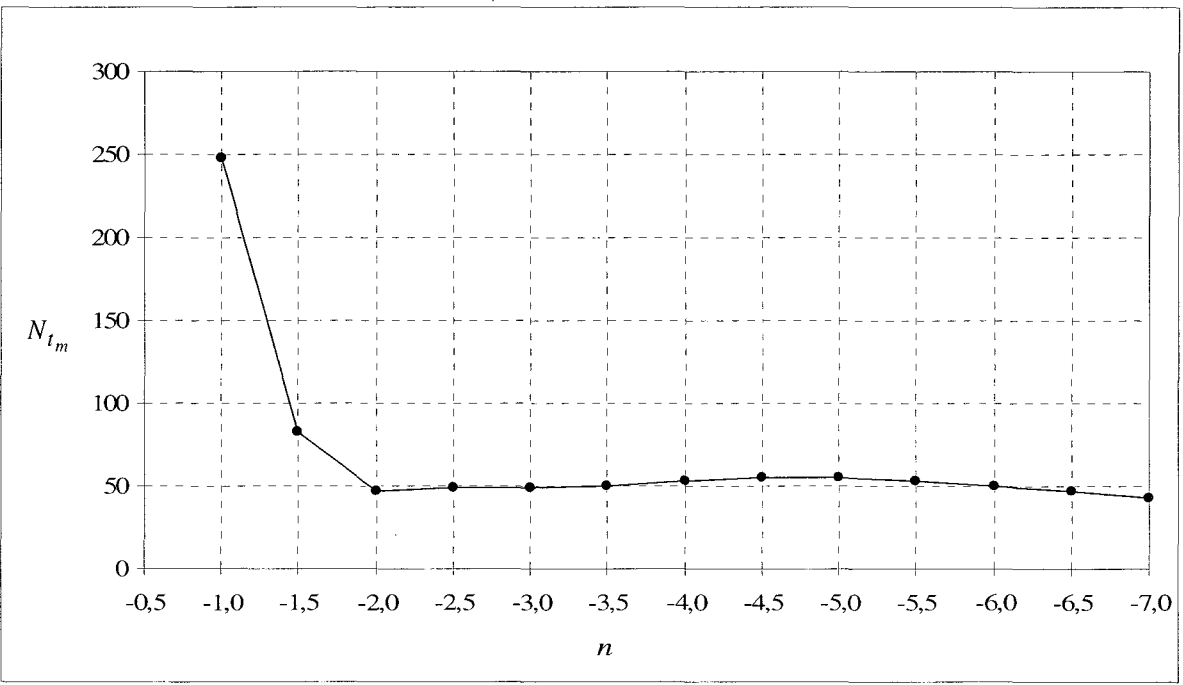


Figure 5.5 Temps de mélange en fonction de  $n$  pour  $Re = 500$ .

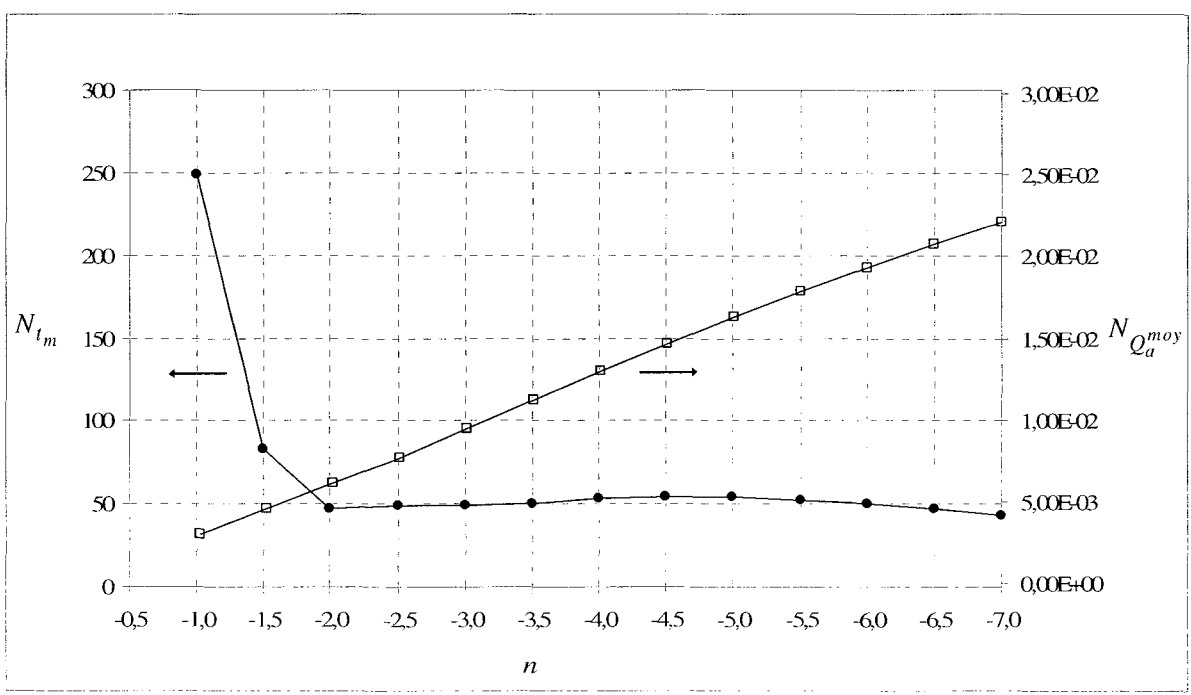


Figure 5.6 Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de  $n$  pour  $Re = 500$ .

### 5.3.2 Énergie de mélange

L'influence de  $n$  sur la valeur de  $N_{E_m}$  pour  $Re = 500$  est montrée à la Figure 5.7. Pour minimiser le coût énergétique, il semblerait que  $n$  doit être compris approximativement entre -1.0 et -2.5. Pour  $n \geq -3$ , la valeur de  $N_{E_m}$  augmente significativement et entraîne donc une hausse des coûts d'opération.

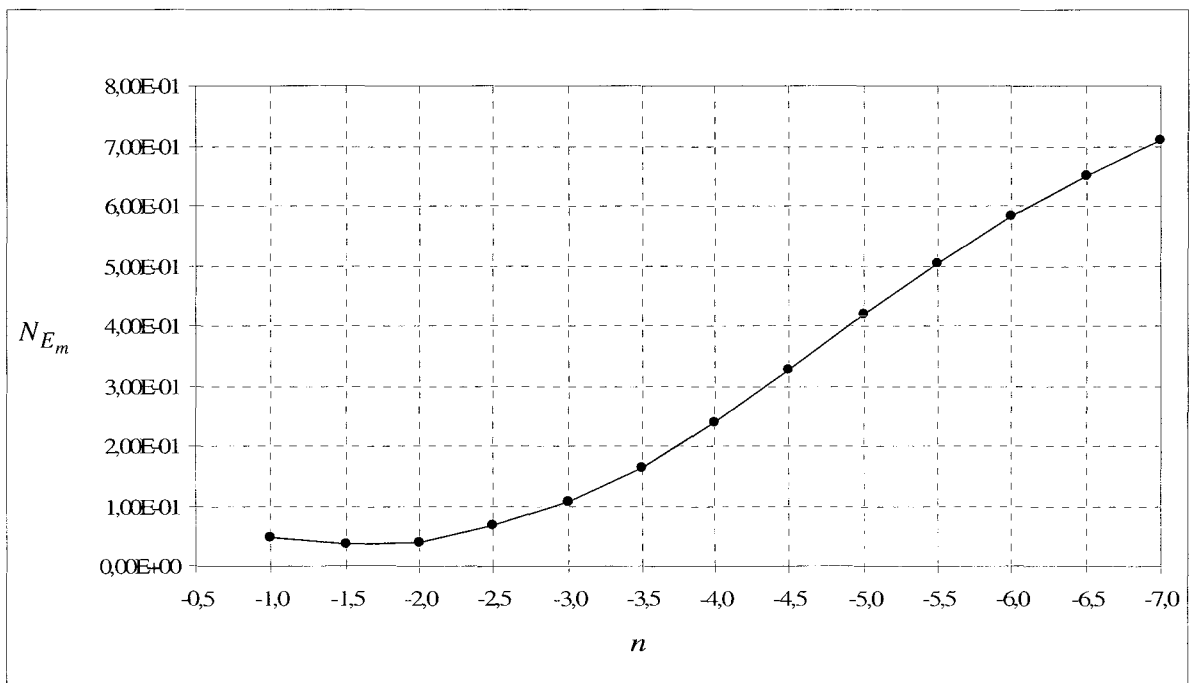


Figure 5.7 Énergie de mélange en fonction de  $n$  pour  $Re = 500$ .

### 5.3.3 Synthèse sur l'influence du ratio de vitesse

Aux sections précédentes, nous avons étudié l'influence du ratio de vitesse ( $n$ ) sur le temps de mélange ( $N_{t_m}$ ) et de l'énergie de mélange ( $N_{E_m}$ ) pour  $Re = 500$  en conservant les valeurs de base de  $k = 4.0$ ,  $F = 1.5$   $\alpha = 0.79$  rad. Les principales conclusions à retenir de cette analyse sont les suivantes :

- $N_{t_m}$  diminue significativement avec une augmentation de  $n$  entre -1 et -2. Pour  $n \geq 2$ ,  $N_{t_m}$  ne varie plus significativement et conserve une valeur plancher;
- Il ne semble pas y avoir de corrélation évidente entre le flux axial moyen ( $N_{Q_a moy}$ ) et  $N_{t_m}$  pour une variation de  $n$  à  $Re$  fixe;
- Pour  $n$  compris entre -1 et -2.5,  $N_{E_m}$  est minimal. Pour  $n \geq 2$ ,  $N_{E_m}$  augmente significativement;
- Selon les points précédents, une valeur de  $n = -2$  semblerait optimale pour minimiser à la fois  $N_{t_m}$  et  $N_{E_m}$ . Bien que cette affirmation se limite qu'à  $Re = 500$ , elle nous laisse supposer qu'il pourrait y avoir une tendance similaire à d'autres valeurs de  $Re$ , ce qui demeure à valider par de futurs travaux.

## 5.4 Influence du rapport de forme du mélangeur ( $k$ )

À cette section, nous examinons l'influence du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ) sur la valeur de  $N_{t_m}$  et  $N_{E_m}$  à  $Re = 500$  pour  $k$  compris entre 2 et 5. Les autres paramètres conservent toujours leur valeur de base, soit  $n = -2.0$ ,  $F = 1.5$  et  $\alpha = 0.79$  rad.

### 5.4.1 Temps de mélange

La Figure 5.8 montre la variation de  $N_{t_m}$  en fonction de  $k$  à  $Re = 500$ . Pour une valeur de  $k$  située entre 2,0 et 3,0, il n'y a qu'une très faible variation du  $N_{t_m}$ . Par contre, au-delà de  $k = 3.0$ ,  $N_{t_m}$  commence à augmenter de façon plus importante. Conséquemment, pour minimiser la valeur de  $N_{t_m}$ , il est préférable d'opter pour  $k \leq 3$ . La configuration de base ( $k = 4.0$ ) n'apparaît donc pas optimal. Elle aurait avantage à diminuer légèrement sa valeur de  $k$ , c'est-à-dire de rapprocher le contenant de l'axe de révolution.

Nous avons examiné s'il y avait la présence d'une corrélation entre  $N_{Q_a^{moy}}$  et  $N_{t_m}$  pour une variation de  $k$ . Les courbes de ces deux mesures sont tracées conjointement à la Figure 5.10 pour  $Re = 500$ . La diminution de  $N_{Q_a^{moy}}$  n'a pas d'effet significatif sur  $N_{t_m}$  pour  $k$  compris entre 2,0 et 3,0. Pour  $k$  compris entre 3.0 et 5.0,  $N_{Q_a^{moy}}$  semble tendre vers un plateau et  $N_{t_m}$  subit alors une augmentation significative. Par ces observations, il ne nous est pas possible de conclure qu'il y a une relation évidente entre  $N_{Q_a^{moy}}$  et  $N_{t_m}$  pour une variation de  $k$ . Il est possible que passé un certain seuil,  $N_{Q_a^{moy}}$  n'ait plus d'influence et qu'un autre mécanisme entre alors en jeu dans la « limitation » de  $N_{t_m}$ . L'explication de ce phénomène pourrait être étudiée dans des projets futurs.

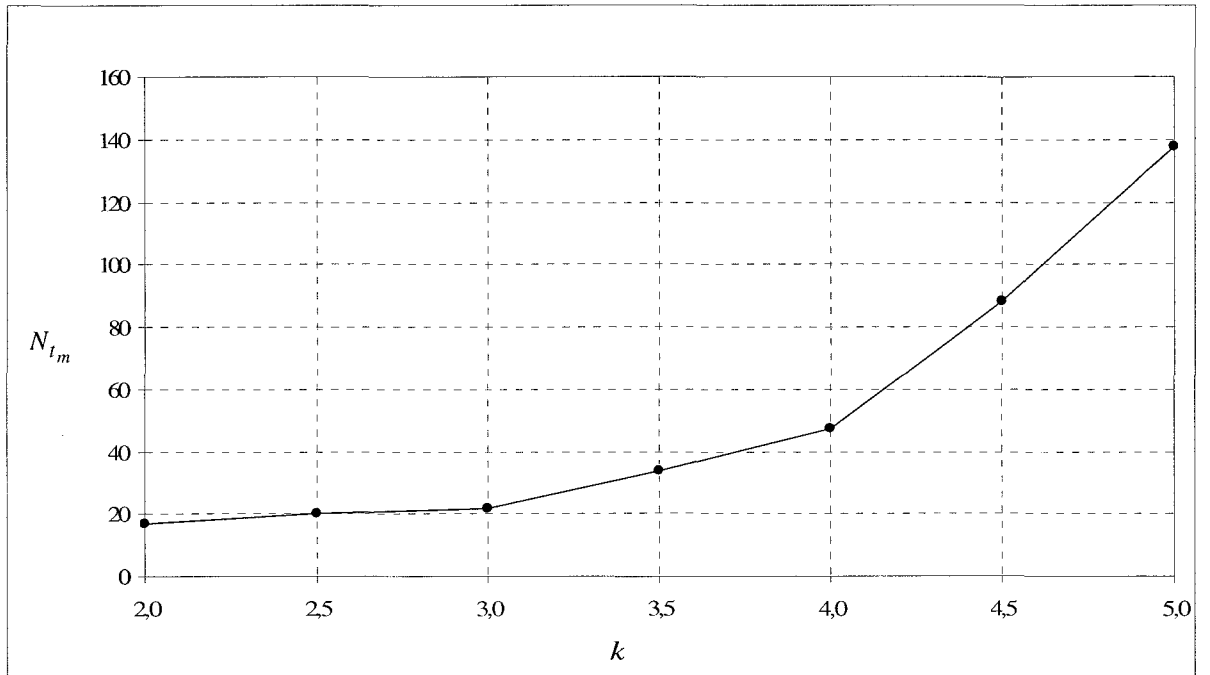


Figure 5.8 Temps de mélange en fonction de  $k$  pour  $Re = 500$ .

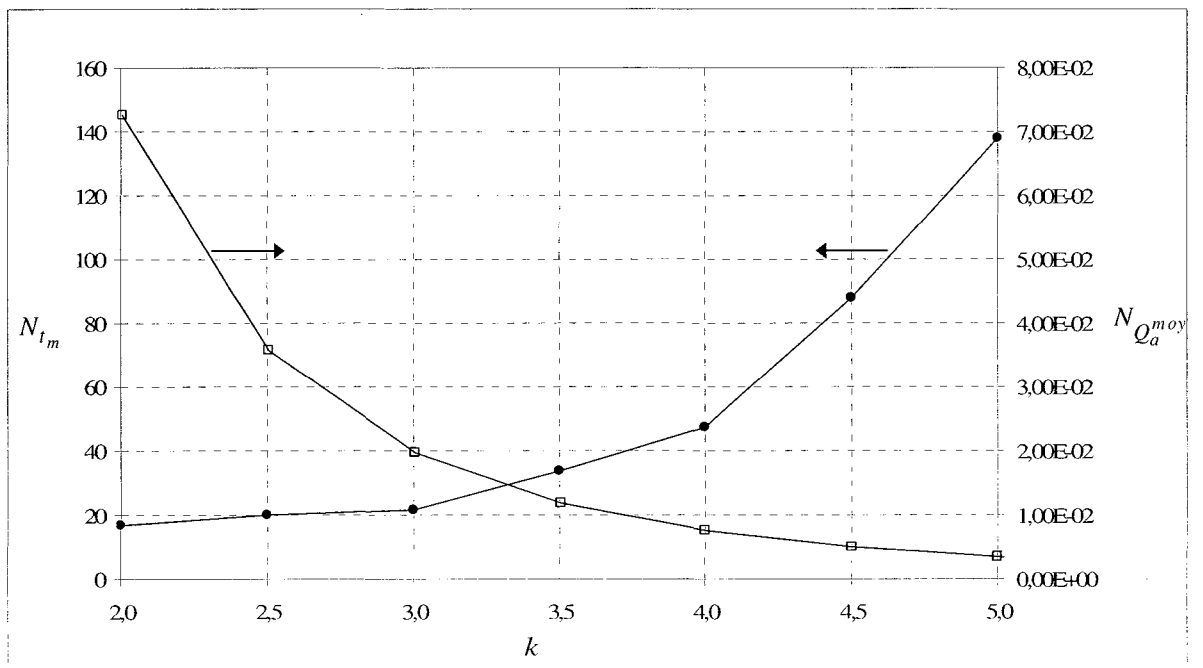


Figure 5.9 Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de  $n$  pour  $Re = 500$ .

### 5.4.2 Énergie de mélange

La variation de  $N_{E_m}$  en fonction de  $k$  montrée à la Figure 5.10 est à l'inverse de celle pour  $N_{t_m}$  montrée précédemment à la Figure 5.9. En effet, une augmentation de  $k$  entre les valeurs 2.0 et 4.0 provoque une diminution de  $N_{E_m}$ . En revanche, pour  $k$  compris entre 4.0 et 5.0,  $N_{E_m}$  demeure à peu près constant. Au niveau de l'économie d'énergie, la configuration de base possède donc un rapport  $k$  optimal à  $k = 4$ .

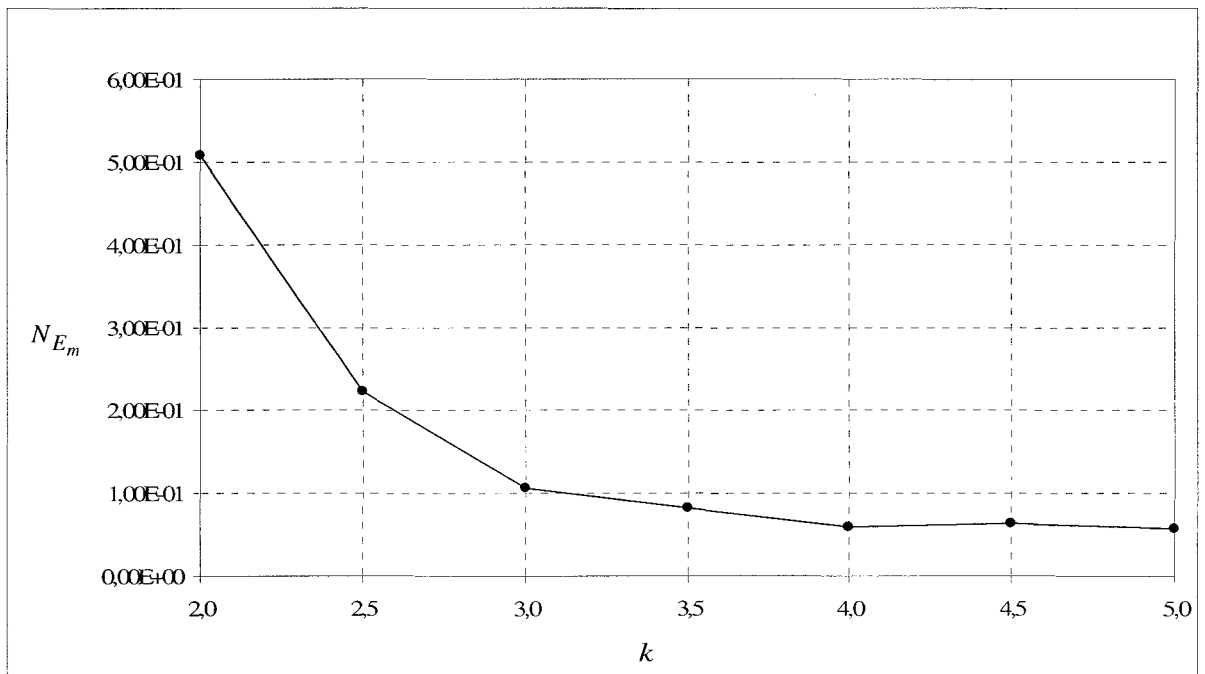


Figure 5.10 Énergie de mélange en fonction de  $k$  pour  $Re = 500$ .



### 5.4.3 Synthèse sur l'influence du rapport de forme du mélangeur

Aux sections précédentes, nous avons étudié l'influence du rapport de forme du MPSL ( $k$ ) sur le temps de mélange ( $N_{t_m}$ ) et de l'énergie de mélange ( $N_{E_m}$ ) pour  $Re = 500$  en conservant les valeurs de base de  $n = -2.0$ ,  $F = 1.5$   $\alpha = 0.79$  rad. Les principales conclusions à retenir de cette analyse sont les suivantes :

- Jusqu'à  $k = 3$ ,  $N_{t_m}$  demeure constant pour une augmentation de  $k$ . Pour  $k > 3$ ,  $N_{t_m}$  augmente significativement.
- Il ne semble pas y avoir de corrélation évidente entre le flux axial moyen ( $N_{Q_a moy}$ ) et  $N_{t_m}$  pour une variation de  $k$  à  $Re$  fixe.
- Pour  $k$  compris entre 2 et 4,  $N_{E_m}$  diminue significativement avec l'augmentation de  $k$  et demeure constant pour  $k \geq 4$ .
- Selon les points précédents, la configuration de base ( $k = 4$ ) serait optimale uniquement à la minimisation de  $N_{t_m}$  et non pas pour  $N_{E_m}$ . Conséquemment, une valeur de  $k = 3$  semblerait le meilleur compromis pour minimiser à la fois  $N_{t_m}$  et  $N_{E_m}$ . Bien que cette affirmation se limite qu'à  $Re = 500$ , elle nous laisse supposer qu'il pourrait y avoir une tendance similaire à d'autres valeurs de  $Re$ , ce qui demeure à valider par des travaux futurs.

## 5.5 Influence de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ )

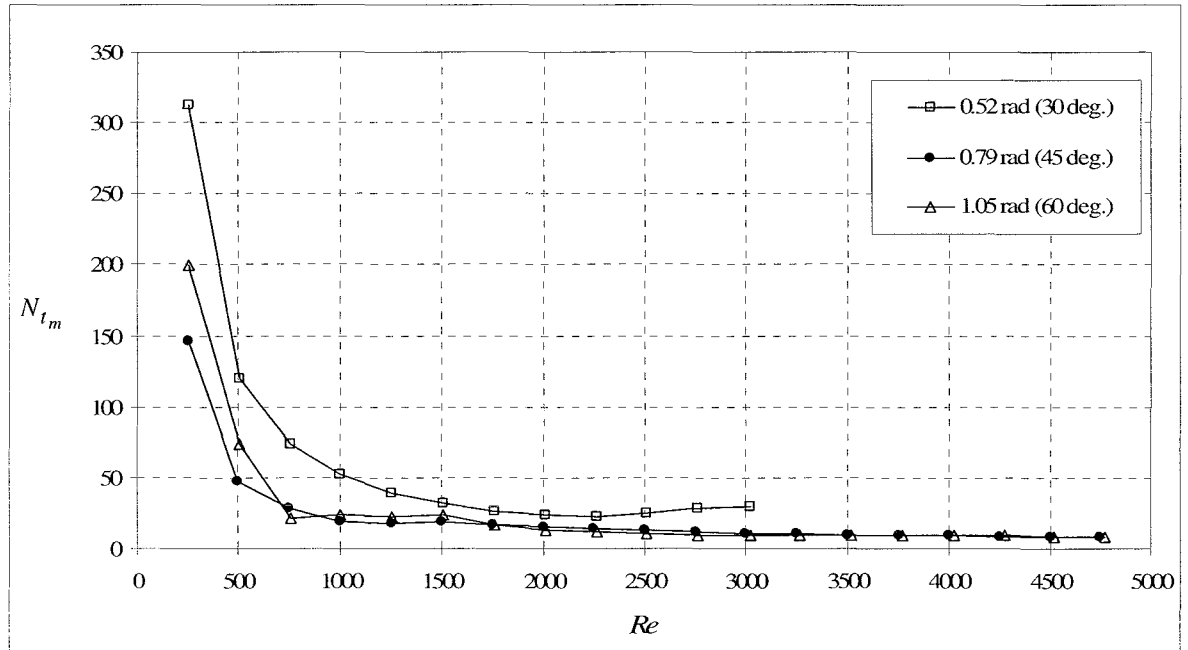
Tel que mentionné au chapitre 4, tous les résultats pour  $\alpha = 0.52$  rad ( $30^\circ$ ) et  $1.05$  rad ( $60^\circ$ ) de ce travail ont été produit par Kader (2009) qui a déterminé l'influence de  $\alpha$  sur  $N_{t_m}$  et  $N_{E_m}$  pour  $Re$  compris entre 250 et 4750. Ce faisant, contrairement aux études précédentes sur l'influence des paramètres  $n$  et  $k$ , nous inclurons ici l'effet de  $Re$  sur l'influence de  $\alpha$ . Les autres paramètres adimensionnels de configuration conservent leur valeur de base, soit  $n = -2.0$ ,  $k = 4.0$  et  $F = 1.5$ . De plus, pour  $\alpha = 0.52$  rad, les  $Re$  testés ont été limités à 3000 pour des raisons de « facilité » de convergence.

### 5.5.1 Temps de mélange

La Figure 5.11 montre la variation de  $N_{t_m}$  en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad,  $0.79$  rad et  $1.05$  rad. Indépendamment du  $Re$ ,  $\alpha = 0.52$  rad induit une valeur de  $N_{t_m}$  supérieure à celle pour  $\alpha = 0.79$  rad et  $1.05$  rad dont l'écart est plus marqué pour  $Re < 1500$ . L'écart entre les valeurs de  $N_{t_m}$  pour  $\alpha = 0.79$  rad et  $1.05$  rad est négligeable excepté pour  $Re \leq 750$  où  $\alpha = 1.05$  rad induit une valeur de  $N_{t_m}$  plus élevée. Par conséquent, le choix optimal pour minimiser  $N_{t_m}$  sur toute la plage de  $Re$  serait donc de  $\alpha = 0.79$  rad justifiant ainsi un tel choix pour la configuration de base.

Les Figures 5.12 et 5.13 illustrent la comparaison entre  $N_{Q_a^{moy}}$  et  $N_{t_m}$  en fonction de  $Re$  respectivement pour  $\alpha = 0.52$  rad et  $1.05$  rad. Comme pour  $\alpha = 0.79$  rad,  $N_{Q_a^{moy}}$  semble être un bon indicateur pour caractériser la variation de  $N_{t_m}$  en fonction de  $Re$ . Une augmentation de  $N_{Q_a^{moy}}$  indique bien une diminution de  $N_{t_m}$ . De plus, la valeur de  $Re$  où  $N_{t_m}$  devient pratiquement constant correspondant également bien avec celui pour  $N_{Q_a^{moy}}$  aux deux

valeurs d'inclinaison. Ces résultats viennent donc renforcer notre conclusion comme quoi la corrélation directe entre  $N_{Q_{a moy}}$  et  $N_{t_m}$  semble uniquement valide pour une variation  $Re$  lorsque les paramètres  $n$ ,  $\alpha$ ,  $k$  et  $F$  conservent une valeur fixe.



**Figure 5.11 Temps de mélange en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad,  $0.79$  rad et  $1.05$  rad.**

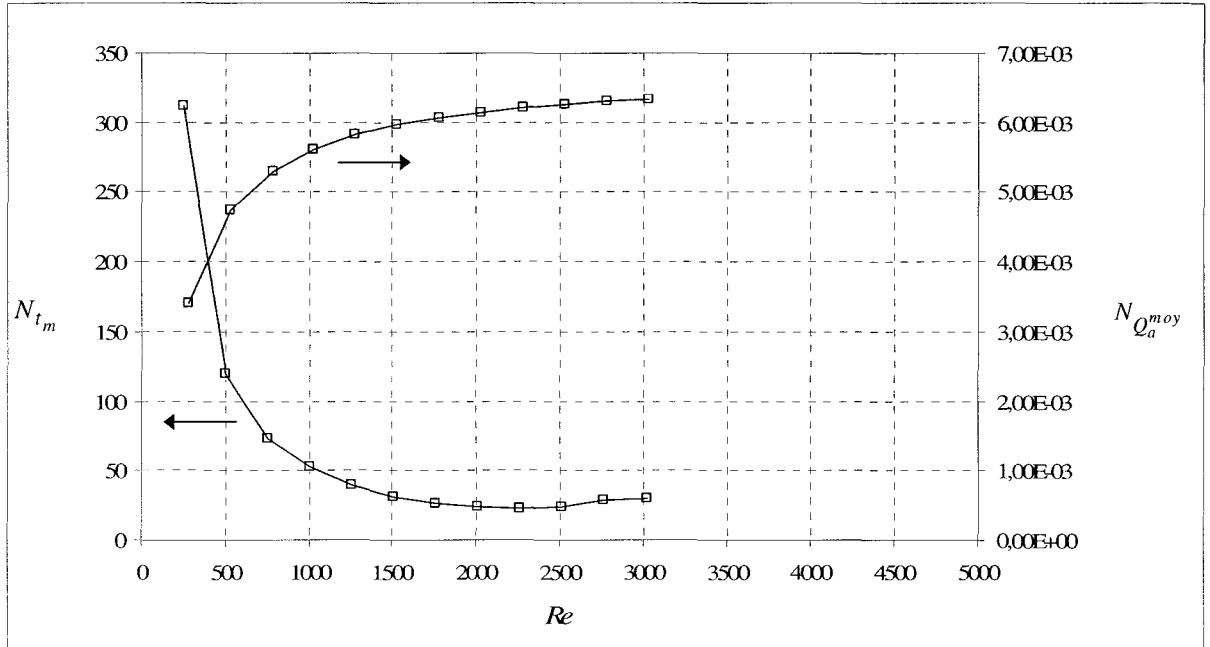


Figure 5.12 Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad ( $30^\circ$ ).

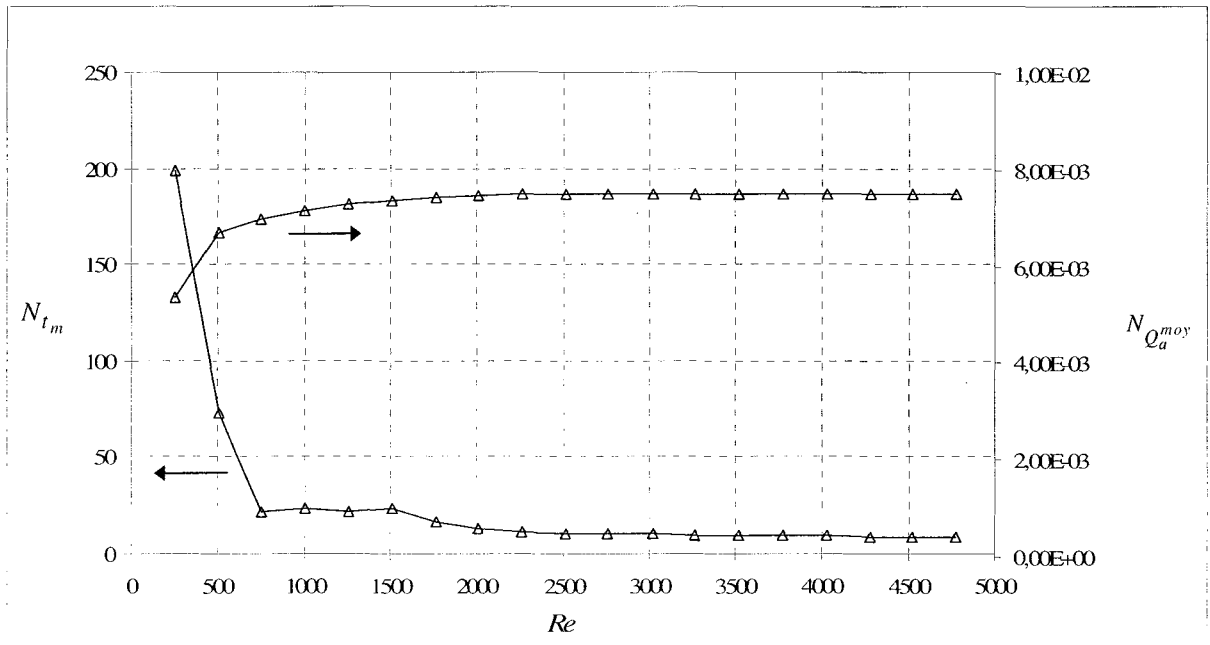


Figure 5.13 Comparaison du temps de mélange et du flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 1.05$  rad ( $60^\circ$ ).

### 5.5.2 Énergie de mélange

Contrairement à  $N_{t_m}$ , la Figure 5.14 indique qu'une inclinaison de  $\alpha = 0.79$  rad ne semble pas réduire significativement la valeur de  $N_{E_m}$  comparativement à une inclinaison de  $\alpha = 1.05$  rad. En effet, on remarque que les deux courbes sont pratiquement superposées sur la plage complète de  $Re$ . Pour ce qui est de  $\alpha = 0.52$  rad, elle induit une valeur de  $N_{E_m}$  supérieure aux deux autres inclinaison plus spécifiquement pour  $Re < 750$ . En conclusion sur l'influence de l'inclinaison, pour minimiser  $N_{t_m}$  et  $N_{E_m}$ , le meilleur choix parmi les angles testés serait  $\alpha = 0.79$  rad. Cela indique donc que la configuration de base serait pratiquement optimale.

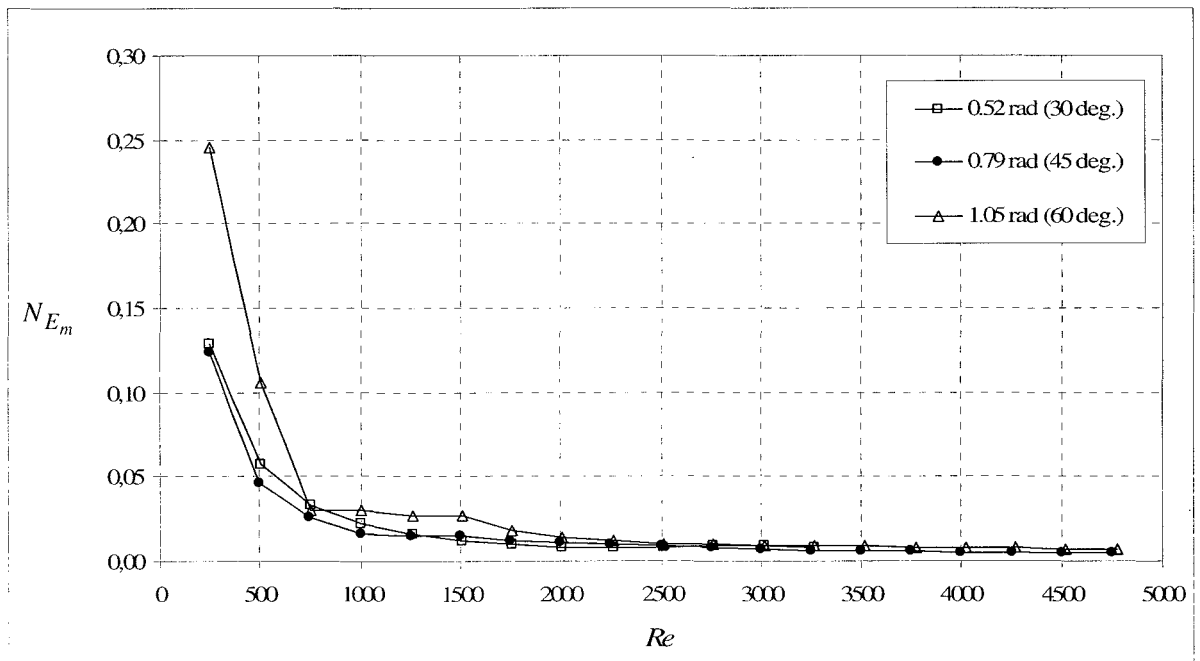


Figure 5.14 Énergie de mélange en fonction de  $Re$  pour  $\alpha = 0.52$  rad,  $0.79$  rad et  $1.05$  rad.

### 5.5.3 Synthèse sur l'influence de l'inclinaison du contenant $\alpha$

Aux sections précédentes, nous avons étudié l'influence de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ ) sur le temps de mélange ( $N_{t_m}$ ) et de l'énergie de mélange ( $N_{E_m}$ ) pour  $Re$  compris entre 250 et 4750 en conservant les valeurs de base de  $n = -2.0$ ,  $k = 4.0$  et  $F = 1.5$ . Les principales conclusions à retenir de cette analyse sont les suivantes :

- Une inclinaison de  $\alpha = 0.79$  rad ( $45^\circ$ ) est optimale pour minimiser la valeur de  $N_{t_m}$  comparativement à  $\alpha = 0.52$  rad ( $30^\circ$ ) et  $1.05$  rad ( $60^\circ$ );
- Une corrélation semble exister indépendamment de l'inclinaison entre le flux axial moyen ( $N_{Q_a^{moy}}$ ) et  $N_{t_m}$  à l'effet qu'une augmentation ou une valeur plafond de  $N_{Q_a^{moy}}$  indique une diminution ou une valeur plancher de  $N_{t_m}$  ;
- Les inclinaisons  $\alpha = 0.79$  rad et  $1.05$  rad semblent équivalentes pour minimiser la valeur de  $N_{E_m}$  ;
- Selon les points précédents, l'inclinaison  $\alpha = 0.79$  rad, soit celle de la configuration base, serait optimale pour minimiser à la fois  $N_{t_m}$  et  $N_{E_m}$  .

## 5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, la caractérisation de la dynamique de mélange dans le MPSL a été présentée. L'étude de la configuration de base a montré que le temps de mélange et l'énergie de mélange sont minimaux pour  $Re \geq 1000$ . Ensuite, les influences du ratio de vitesse ( $n$ ), du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ) et de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ ) sur ces deux mêmes mesures ont été analysés. À ce sujet, rappelons que pour minimiser le temps de mélange et l'énergie de mélange, il est préférable :

- D'avoir une valeur de  $n = -2$ , soit celle de la configuration de base;
- D'avoir une valeur de  $k = 3$ . Par contre, si l'objectif est de minimiser uniquement le temps de mélange, une valeur de  $k = 4$  est un meilleur choix, soit celle de la configuration de base;
- D'avoir une inclinaison de  $\alpha = 0.79$  rad ( $45^\circ$ ), soit celle de la configuration base.

## CONCLUSION

### Discussion

Tel que présenté au début du présent mémoire, le mélangeur planétaire sans lamelle (MPSL), malgré un grand potentiel d'applications, demeure un procédé d'agitation encore très peu connu au niveau industriel. Nous avons constaté le faible nombre de travaux de recherches publiés sur le sujet et tout ce qui touche les multitudes possibilités d'applications de cette technologie. La compagnie G-Explore, partenaire industriel qui se spécialise dans la conception de MPSL, a fait face récemment à ce constat. Cette situation a limité ces concepteurs dans leur processus de dimensionnement et d'optimisation du procédé qui, par conséquent, s'effectuait de façon empirique.

Pour fournir à G-Explore des outils de conception supplémentaires, l'objectif principal de ce mémoire était de déterminer les configurations et les régimes d'opération du MPSL qui offrent, pour une qualité de mélange donnée, le temps de mélange le plus court et/ou le coût le plus bas. Pour atteindre cet objectif, nous avons défini les objectifs spécifiques suivants :

- Valider expérimentalement un modèle CFD simplifié du MPSL décrivant le dynamique de l'écoulement et du mélange;
- Caractériser numériquement la dynamique de l'écoulement dans le MPSL par une étude paramétrique sur la puissance d'agitation, le flux axial moyen et l'intensité d'agitation;
- Caractériser numériquement l'efficacité d'homogénéisation du MPSL par une étude paramétrique sur les temps de mélange et l'énergie de mélange.



La méthodologie proposée et adoptée a donc été de décrire numériquement le comportement hydrodynamique du MPSL en modélisant l'écoulement à l'intérieur du mélangeur par la dynamique des fluides numérique (CFD). À cet effet, les principales hypothèses simplificatrices considérées ont été les suivantes :

- La surface libre a été simplifiée en adoptant une surface rigide et glissante parallèle au fond du contenant;
- Pour modéliser la dynamique de l'écoulement, nous avons retenu un fluide newtonien et homogène en régime d'écoulement laminaire, isotherme et stationnaire;
- Pour modéliser la dynamique du mélange, nous avons retenu la dispersion d'un traceur passif dans un champ d'écoulement stationnaire.

En regard à l'ensemble de nos contributions, nous jugeons que l'ensemble de nos objectifs ont été pleinement atteints. Néanmoins, les hypothèses de notre recherche ne permettent d'extrapoler nos recommandations à toute situation pouvant être rencontrée avec le MPSL. L'une des principales limitations provient de notre hypothèse reliée à la surface libre. En considérant celle-ci avec une géométrie fixe et parallèle au fond du contenant, cela correspond à une condition d'opération particulière que nous avons identifié par un nombre de Froude de  $Fr = 1$ . En pratique, il peut être parfois difficile de respecter une telle condition. Toutefois, en dépit du fait que nous avons parfois atteint des valeurs jusqu'à  $Fr = 10$  pour les résultats expérimentaux, notre processus de validation a tout de même démontré une bonne corrélation entre les résultats numériques et les mesures expérimentales sur la puissance d'agitation.

## Contributions

Nos hypothèses simplificatrices nous ont permis d'utiliser une approche découplée pour décrire numériquement les caractéristiques de l'écoulement et du mélange. Cette approche consistait à établir d'abord une solution stationnaire de l'écoulement et d'utiliser celle-ci par la suite pour résoudre séparément la dynamique du mélange par la dispersion d'un traceur passif.

En partenariat avec G-Explore, notre modèle CFD a d'abord été validé expérimentalement sur les plates formes MPSL existantes en utilisant, entre autres, les mesures de la puissance d'agitation et du temps de mélange. Nous sommes conscients des limites de notre modélisation et de nos résultats expérimentaux. Les bonnes corrélations observées entre ces derniers et les résultats numériques nous ont permis de conclure, et ce, avec confiance, que notre modélisation CFD représente adéquatement et avec une justesse acceptable la physique du mélange dans un MPSL réel.

Les caractéristiques de l'écoulement ont d'abord été établies pour la configuration de base de MPSL conçu à l'origine par G-Explore. Les résultats de notre étude ont permis de constater que la structure topologique de l'écoulement ne subit plus de changement majeur au-delà de  $Re = 500$ . Conséquemment, pour les régimes d'opération de la configuration de base à  $Re \geq 500$ , l'intensité d'agitation tridimensionnelle du fluide  $y$  est maximale et n'a plus de variation significative. Ensuite, l'intensité d'agitation de la configuration de base a été comparée à celle obtenue pour différentes configurations par une étude paramétrique sur l'influence du ratio de vitesse ( $n$ ), du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ) et de l'inclinaison du contenant ( $\alpha$ ). Selon nos résultats, pour maximiser l'intensité d'agitation du fluide, il est recommandable :

- D'augmenter la valeur de  $n$  et que celle-ci demeure négative;
- De diminuer la valeur de  $k$  le plus près possible de sa valeur minimale permise;
- D'avoir une inclinaison de  $\alpha = 0.79$  rad ( $45^\circ$ ) ou supérieure (jusqu'à  $60^\circ$ ).

Pour répondre plus spécifiquement à l'objectif principal de cette recherche, nous avons ensuite examiné l'efficacité d'homogénéisation du MPSL en déterminant le temps de mélange et l'énergie de mélange. C'est deux paramètres, qui sont étroitement liés, permettent de déterminer le coût d'opération du procédé : le premier indique le temps nécessaire à atteindre une qualité de mélange donné et le deuxième, l'énergie totale requise pour y arriver. Notre étude sur la configuration de base à démontrée que le temps de mélange et l'énergie de mélange étaient au seuil minimal pour  $Re \geq 1000$ . Ensuite, nous avons établi que pour minimiser le temps de mélange et l'énergie de mélange, et par conséquent le coût d'opération, il est recommandable :

- D'avoir une valeur de  $n = -2$ ;
- D'avoir une valeur de  $k = 3$ . Par contre, si l'objectif est de minimiser uniquement le temps de mélange indépendamment du coût, une valeur de  $k = 4$  est un meilleur choix, soit celle de la configuration de base;
- D'avoir une inclinaison de  $\alpha = 0.79$  rad ( $45^\circ$ ).

La principale constatation face à ces dernières conclusions est que la configuration de base telle que conçue actuellement par G-Explore semblerait pratiquement optimale. Cela représente donc un avantage concurrentiel considérable pour G-Explore puisque leur configuration de base diffère à certains égards des autres modèles disponibles sur le marché.

## Travaux futurs

À la fin de ce mémoire, le lecteur remarquera que certaines questions demeurent ouvertes et que plusieurs points demeurent à approfondir dont les principaux sont les suivants :

- **Corrélation entre le flux axial et le temps de mélange**

Les raisons exactes pour lesquelles le flux axial ne corrèle plus avec le temps de mélange pour une variation du ratio de vitesse ( $n$ ) ou du rapport de forme du mélangeur ( $k$ ), demeurent à être investiguées et à être identifiées. Une analyse plus détaillée de la structure interne de l'écoulement, entre autres par une cartographie des champs de forces appliquées au fluide, pourrait permettre une meilleure compréhension de ce phénomène.

- **Influence du rapport de forme du fluide**

En pratique, les quantités de fluides à mélanger varient et peuvent ne pas correspondre au ratio de  $F = 1.5$  considéré dans ce travail. Nous avons remarqué avec les données expérimentales sur la puissance (configurations  $F = 1.3$  et  $1.6$ ) qu'une augmentation du ratio  $F$  provoquait non seulement une augmentation de la puissance dissipée, mais également une variation du  $Re$  quand celle-ci est maximale. Par conséquent, il pourrait être pertinent d'évaluer l'influence de la variation du ratio  $F$  sur les caractéristiques de l'écoulement et l'efficacité du mélange.

- **Influence de la géométrie de la surface libre**

L'hypothèse de la surface libre rigide et parallèle au fond du contenant est un critère qui n'est pas toujours possible à respecter en pratique. Un changement de géométrie de la surface libre aurait probablement un impact sur la structure de l'écoulement, donc sur l'efficacité du mélange. Il nous apparaîtrait donc judicieux d'évaluer cet aspect plus en profondeur.

- **Influence du comportement rhéologique du fluide**

La considération d'un fluide au comportement rhéologique newtonien était pour nous une première approche justifiée étant donnée la complexité du problème. Cependant, les procédés de mélange opèrent bien souvent avec des fluides au comportement non-newtonien (pâtes d'alginate, résines pour les opérations de polymérisation, etc.). Par conséquent, une étude similaire à celle effectuée dans ce mémoire en considérant un tel fluide permettrait d'évaluer l'influence de ce comportement rhéologique sur nos recommandations.

- **Mélange de fluides hétérogènes vs homogènes**

En considérant un fluide homogène en écoulement isotherme, nous avons simplifié la modélisation par des propriétés constantes du fluide. Toutefois, une opération de mélange implique pratiquement toujours l'homogénéisation de deux phases ou plus pouvant avoir des propriétés différentes les unes des autres. Ce faisant, il pourrait être pertinent d'évaluer l'influence de fluides hétérogènes sur nos recommandations puisque la dynamique de l'écoulement serait influencée par la dynamique des différentes phases.

- **Variation de la température/viscosité pour les fluides (très) visqueux**

L'agitation de fluides très visqueux peut engendrer une dissipation visqueuse importante et conséquemment, une élévation de la température ( $\Delta T = 60^\circ$ ). Comme c'est le cas pour la quasi-totalité des fluides, la température peut avoir un impact significatif sur la viscosité. Dans ce travail, nous avons simplifié notre analyse à un écoulement isotherme pour considérer des propriétés physiques constantes du fluide. Par conséquent, une étude similaire à celle effectuée dans ce mémoire en modélisant la variation temporelle de la température permettrait d'évaluer l'influence d'une variation de la viscosité sur nos recommandations.

## Épilogue

Malgré le fait que nous ne connaissions pas les réponses scientifiques ‘exactes’ aux points soulevés précédemment et que ceux-ci soient tout à fait légitimes, logiques et nécessaires, nous prétendons que dans le cadre de ce mémoire de maîtrise en milieu industriel, nous avons accompli une tâche. Nous avons proposé au partenaire industriel (G-Explore) un meilleur outil pour analyser et surtout, pour concevoir des mélangeurs compétitifs.

Bien que ce mémoire a permis de répondre au but initial, nous sommes très conscient que cette recherche est une petite partie d’un ensemble beaucoup plus vaste et que beaucoup de travaux sont encore nécessaires avant d’arriver à découvrir ‘Le modèle général’ pour les mélangeurs planétaires sans lamelle.

Montréal, 11 janvier 2010

## ANNEXE I

### PROGRAMMATION MATLAB POUR L'ANALYSE DES IMAGES DE LA DÉCOLORATION

Cette annexe contient le détail de la programmation Matlab que nous avons élaboré pour analyser les images prises lors des essais expérimentaux de la décoloration.

---

---

```
%=====
%Effacer toutes les données antérieures et fermer toutes les fenêtres actives
%=====

clear all
close all
clc

%=====

%Lecture des images en composantes RGB (Red,Green,Blue)
%=====

lm1=imread('T11_1.JPG');
lm2=imread('T11_2.JPG');
lm3=imread('T11_3.JPG');
lm4=imread('T11_4.JPG');
lm5=imread('T11_5.JPG');
lm6=imread('T11_6.JPG');
lm7=imread('T11_7.JPG');
lm8=imread('T11_8.JPG');
lm9=imread('T11_9.JPG');
lm10=imread('T11_10.JPG');
lm11=imread('T11_11.JPG');
lm12=imread('T11_12.JPG');
%lm13=imread('T11_13.JPG');
%lm14=imread('T11_14.JPG');
%lm15=imread('T11_15.JPG');
%=====

%Compilation de l'intensité de la composante verte pour de chaque image
%=====

mesure(:,1)=double(lm1(:,:,2));
mesure(:,2)=double(lm2(:,:,2));mesure(:,3)=double(lm3(:,:,2));
```

```

mesure(:,4)=double(lm4(:,2));
mesure(:,5)=double(lm5(:,2));
mesure(:,6)=double(lm6(:,2));
mesure(:,7)=double(lm7(:,2));
mesure(:,8)=double(lm8(:,2));
mesure(:,9)=double(lm9(:,2));
mesure(:,10)=double(lm10(:,2));
mesure(:,11)=double(lm11(:,2));
mesure(:,12)=double(lm12(:,2));
%mesure(:,13)=double(lm13(:,2));
%mesure(:,14)=double(lm14(:,2));

%=====

%Définir le temps auquel sont prises les images

%=====

%temps_mel=[0 25 50 75 100 125 150 175 200];

%=====

%Définir la taille en pixel des images

%=====

%Nombre de pixels verticaux
pix_verti=size(mesure,1);
%Nombre de pixels horizontaux
pix_horz=size(mesure,2);
%Nombre total de pixel
pix_tot=pix_verti*pix_horz;
%=====

%Définir la matrice de l'état de mélange des pixels
% Au t=0, tous les pixels sont non mélangés
%=====

% 0 : Pixel non mélangé
% 1 : Pixel mélangé
etat_pixel=zeros(pix_verti,pix_horz,size(temps_mel,2));
%=====

%Définir le seuil du changement d'état de mélange des pixels
% X : Fraction du changement d'intensité indiquant l'état « mélangé »
%=====

x=0.5;
seuil=mesure(:,1)+x*abs((mesure(:,size(mesure,3))-mesure(:,1)));

```



```

%=====
%Calcul de l'état de mélange de chaque pixel pour chaque image
%=====
%Pour chaque image (i)
for i =1:size(mesure,3)
    %Pour chaque pixel vertical (j)
    for j=1:pix_verti
        %Pour chaque pixel horizontal (k)
        for k=1:pix_horz
            %Si l'intensité du pixel est supérieur au seuil de mélange,
            %son état passe à celui de mélangé.
            if mesure(j,k,i)>seuil(j,k)
                etat_pixel(j,k,i)=1;
            end
        end
    end
end
end
%=====
%Calcul de l'uniformité des images
% U=Nb_pixel_mélangés/Nb_pix_Total
%=====
for i =1:size(mesure,3)
    U(1,i)=sum(sum(etat_pixel(:, :, i), 1))/pix_tot;
end
%=====
%Affichage de l'uniformité U_pixel par rapport au temps (Nt)
%=====
plot(temps_mel,U);
hold on
title('Uniformité U_pixel en fonction du temps');
xlabel('Nt');
ylabel('U');

close all

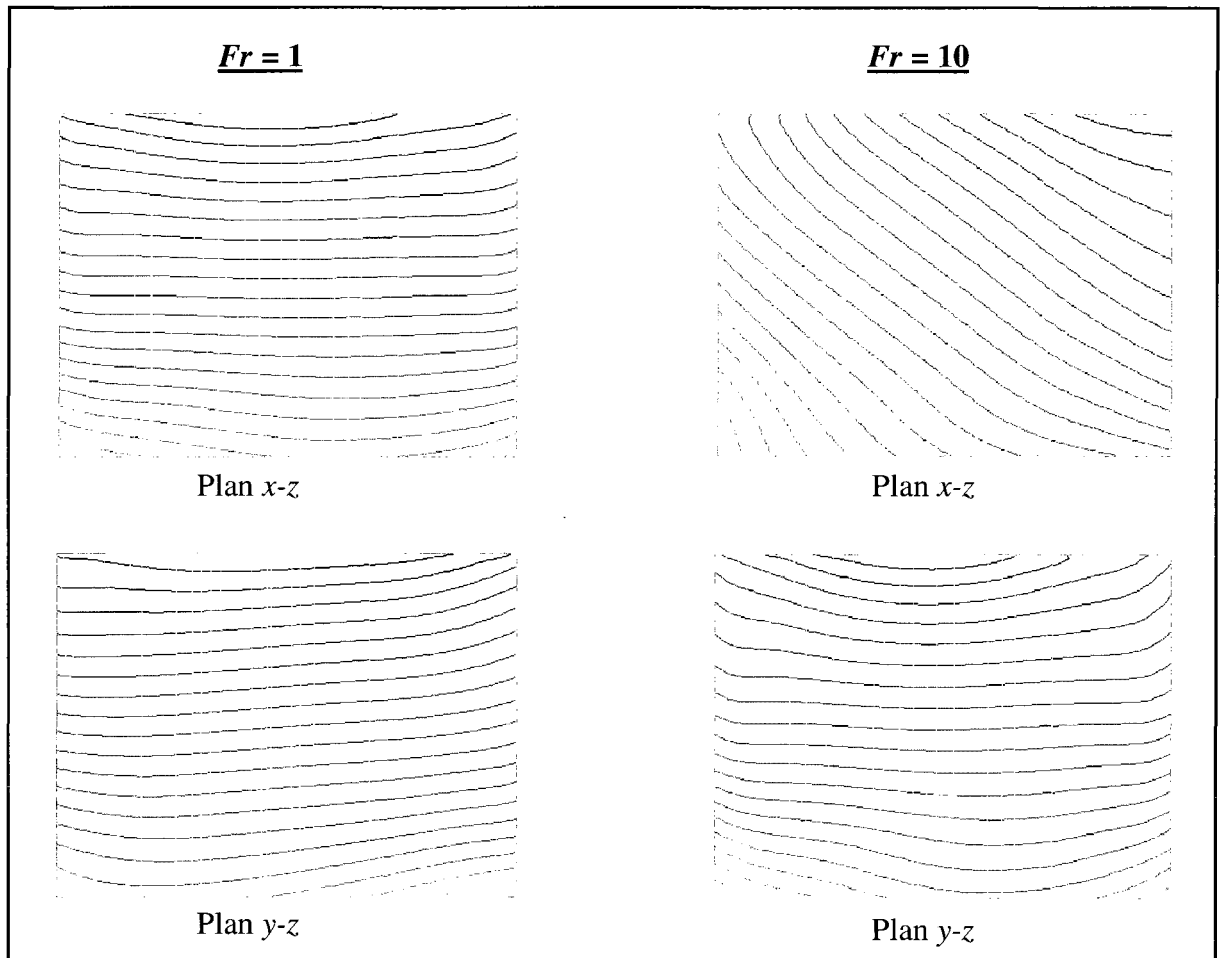
```

## ANNEXE II

### CRITÈRE DU NOMBRE DE FROUDE ( $Fr$ ) POUR LA SURFACE LIBRE

L'une des principales hypothèses de ce projet de recherche est la simplification de la dynamique de la surface libre par une surface rigide et glissante parallèle au fond du contenant. Une telle situation a été observée expérimentalement pour une certaine condition d'opération du MPSL. Pour définir cette dernière, nous avons établi un critère par rapport au nombre de Froude ( $Fr$ ) qui par définition, correspond au ratio des forces d'inertie et des forces de gravité.

Pour définir la valeur de  $Fr$  qui permet de respecter l'hypothèse de la surface libre, nous avons effectué les solutions stationnaires de l'écoulement pour les valeurs de  $Fr = 1$  et 10. La forme de la surface libre peut être estimée en affichant les iso-contours de pression sur les plans verticaux  $x-z$  et  $y-z$  tels que définis à la Figure 4.1 (p.110). À la Figure II.1, on remarque que pour  $Fr = 1$ , les iso-contours de pression sont pratiquement parallèles avec les surfaces du dessus et du dessous du contenant. Par contre, dans le cas de  $Fr = 10$ , les iso-contours démontrent une inclinaison importante indiquant ainsi une déformation tout aussi importante de la surface libre. Il est important de préciser que les iso-contours à  $Fr = 10$  du plan  $y-z$  représentent un plan de coupe des cellules inclinées sur plan  $x-z$ . De ce fait, elles apparaissent horizontales. Selon ces observations, un  $Fr = 1$  permettrait sans doute d'obtenir une surface libre parallèle au fond du contenant.



**Figure III.1** Iso-contours de pression aux plans  $x-z$  et  $y-z$  pour  $Fr = 1$  et 10.

## ANNEXE III

### RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES SUR L'INFLUENCE DU RATIO DE VITESSE

Cette annexe contient les résultats complémentaires aux chapitres 4 et 5 sur l'influence du signe du ratio de vitesse pour les mesures de la dynamique de l'écoulement. Les Figures III.1 à III.3 montrent les résultats pour la puissance d'agitation ( $N_p$ ), les Figures III.4 à III.6 pour le flux axial moyen ( $N_{Q_a^{moy}}$ ) et les Figures III.7 à III.9 pour l'énergie cinétique ( $N_{E_k}$ ).

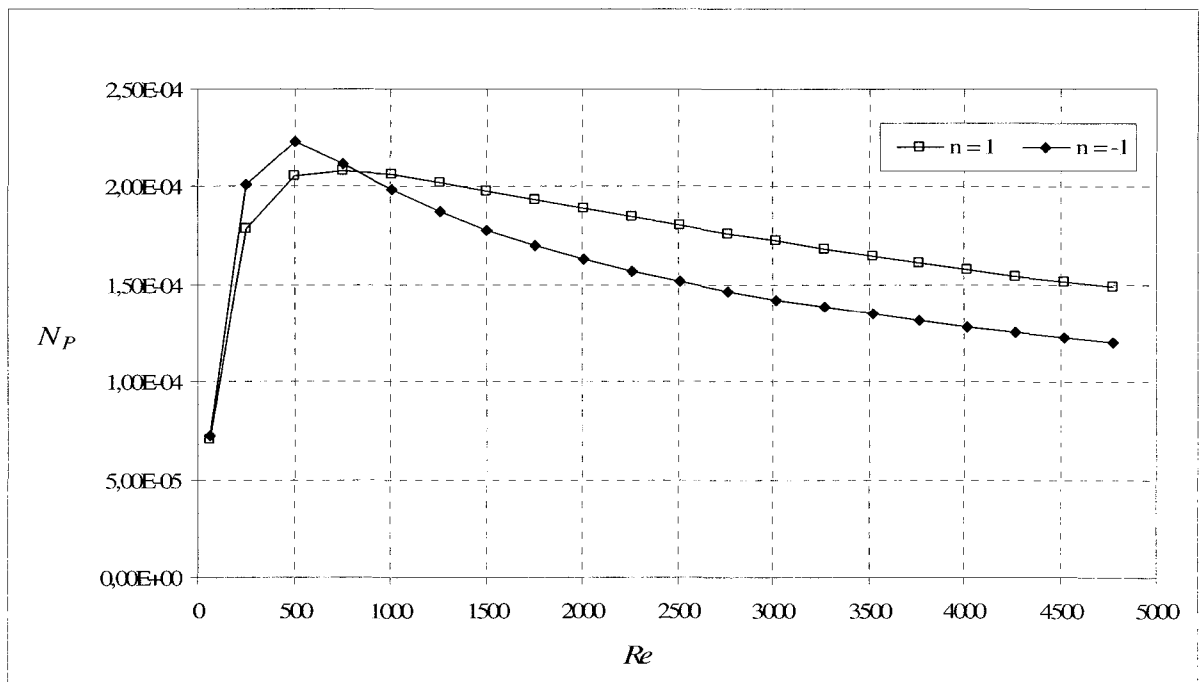


Figure III.1 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$  pour  $n = 1$  et  $-1$ .

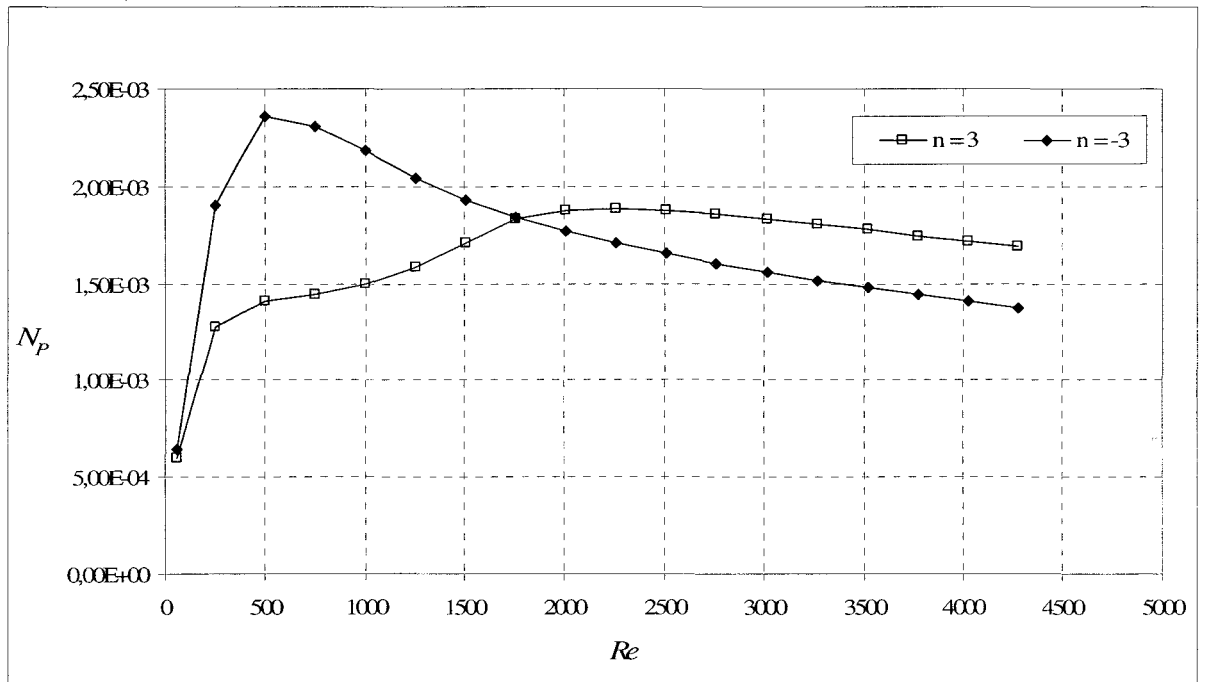


Figure III.2 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$  pour  $n = 3$  et  $-3$ .

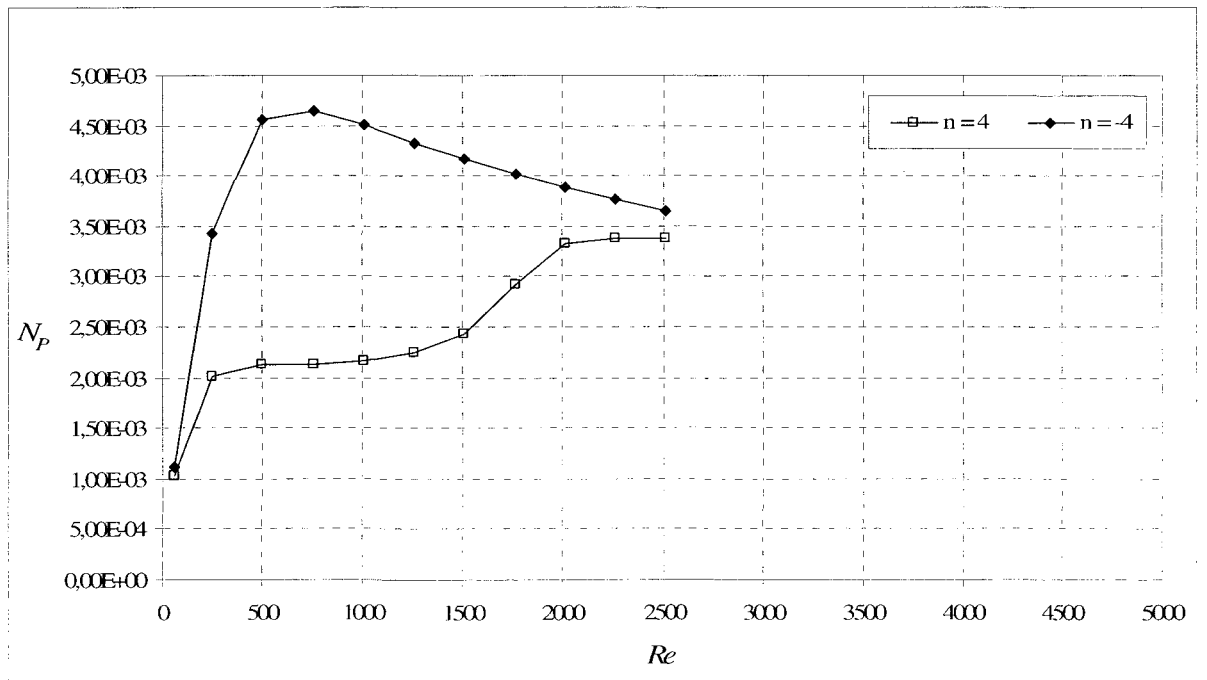


Figure III.3 Puissance d'agitation en fonction de  $Re$  pour  $n = 4$  et  $-4$ .

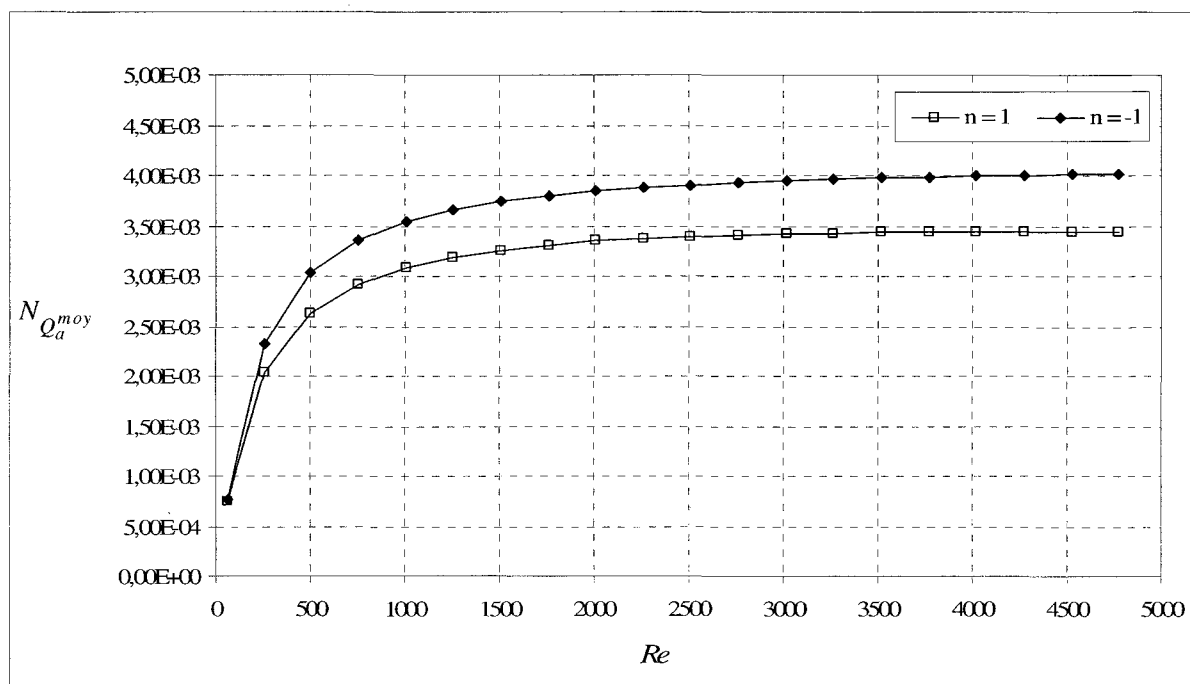


Figure III.4 Flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $n = 1$  et  $-1$ .

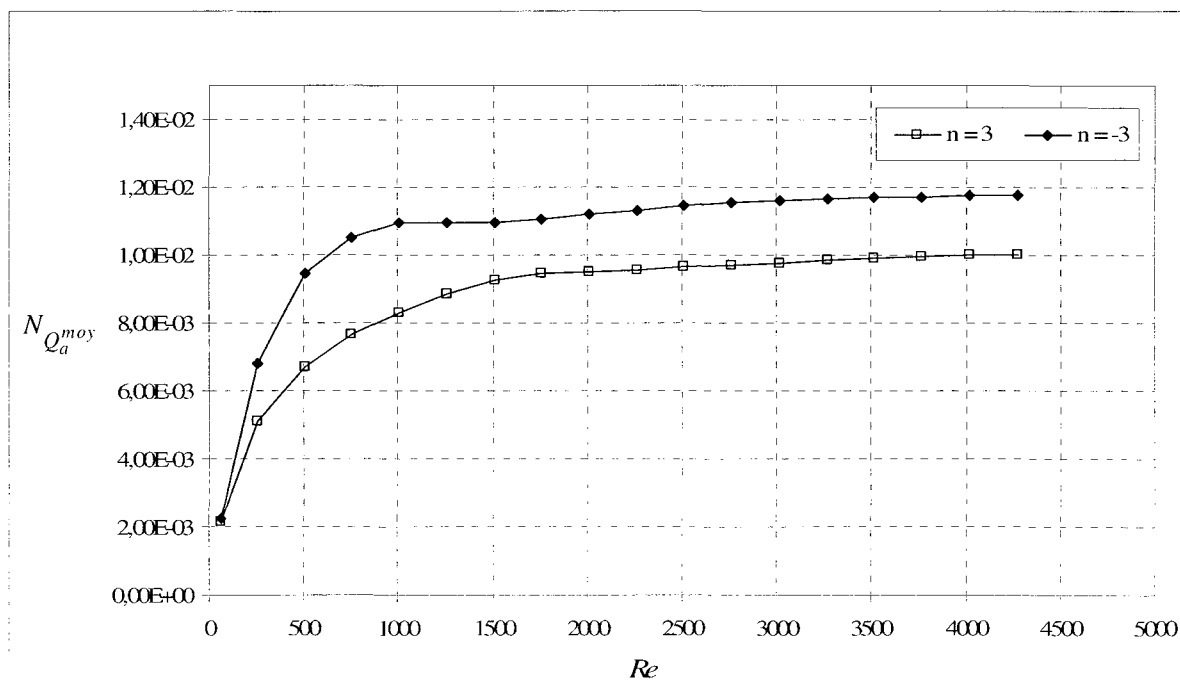


Figure III.5 Flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $n = 3$  et  $-3$ .

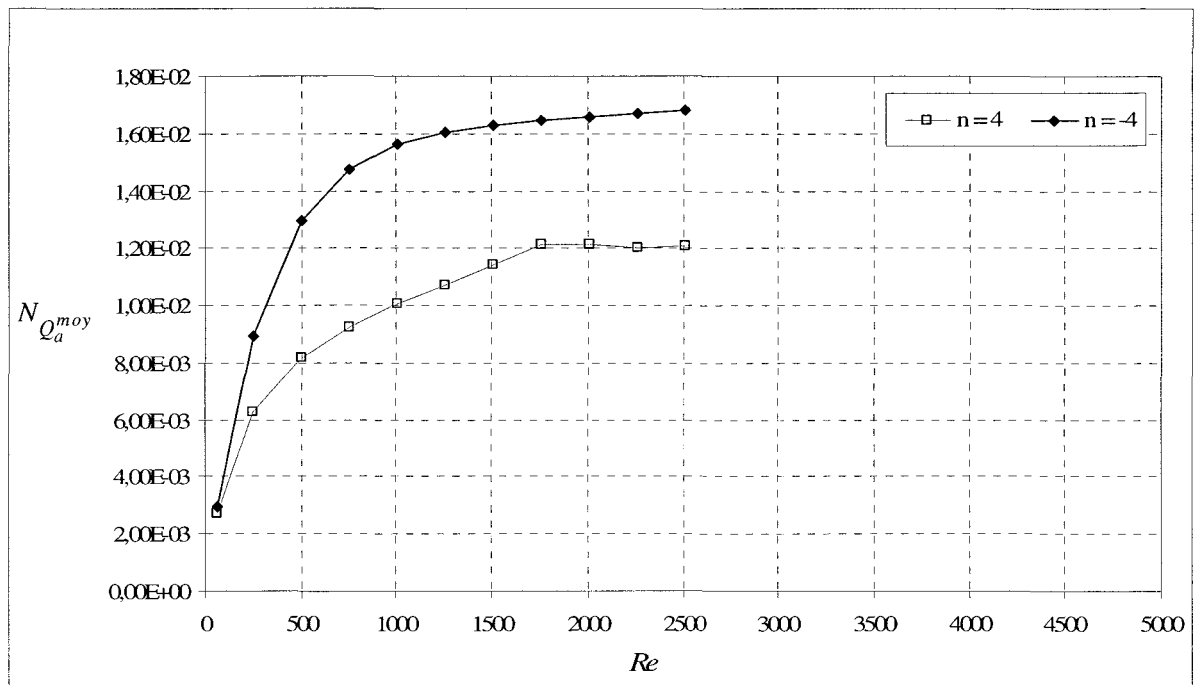


Figure III.6 Flux axial moyen en fonction de  $Re$  pour  $n = 4$  et  $-4$ .

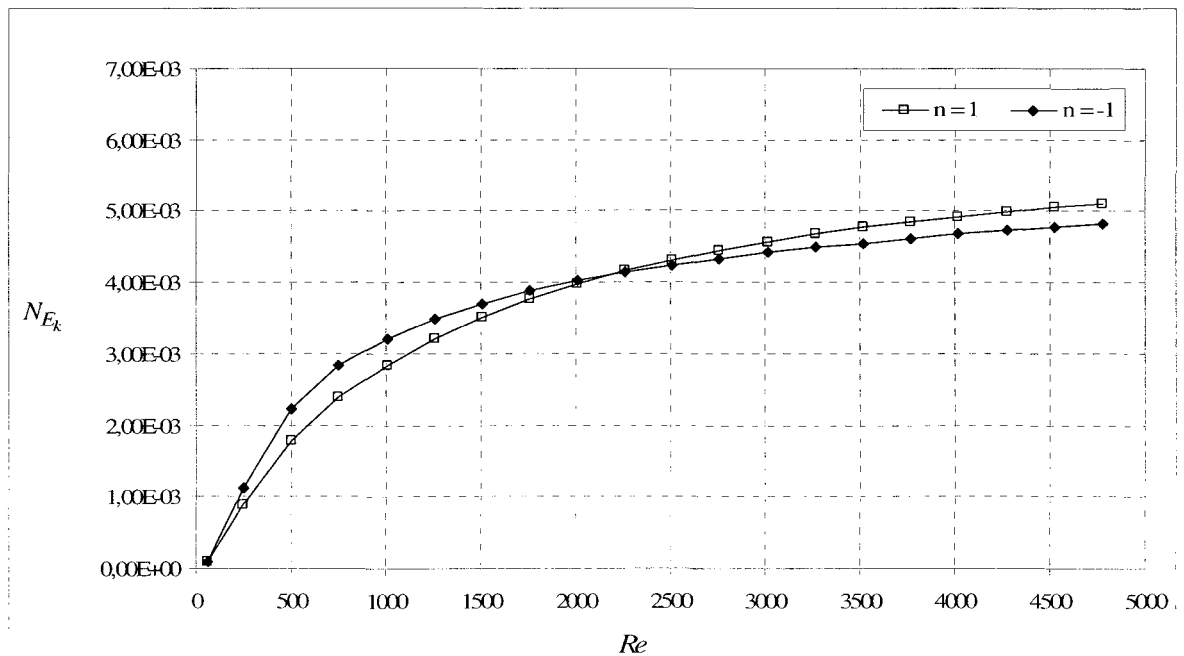


Figure III.7 Énergie cinétique en fonction de  $Re$  pour  $n = 1$  et  $-1$ .

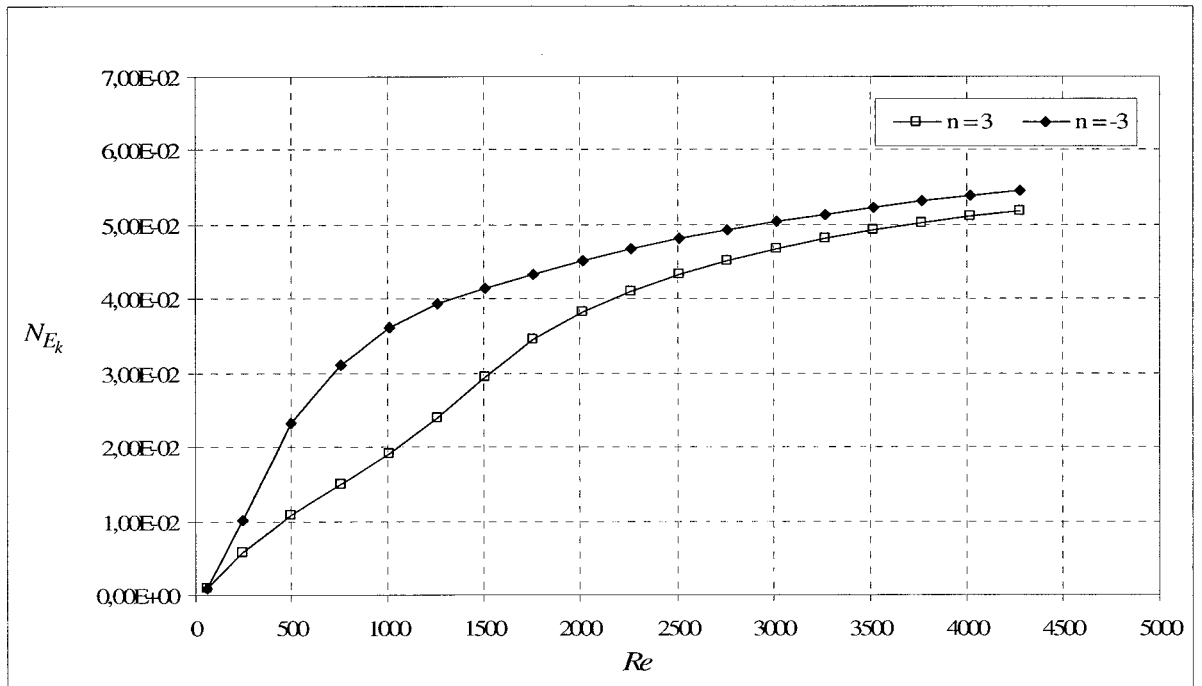


Figure III.8 Énergie cinétique en fonction de  $Re$  pour  $n = 3$  et  $-3$ .

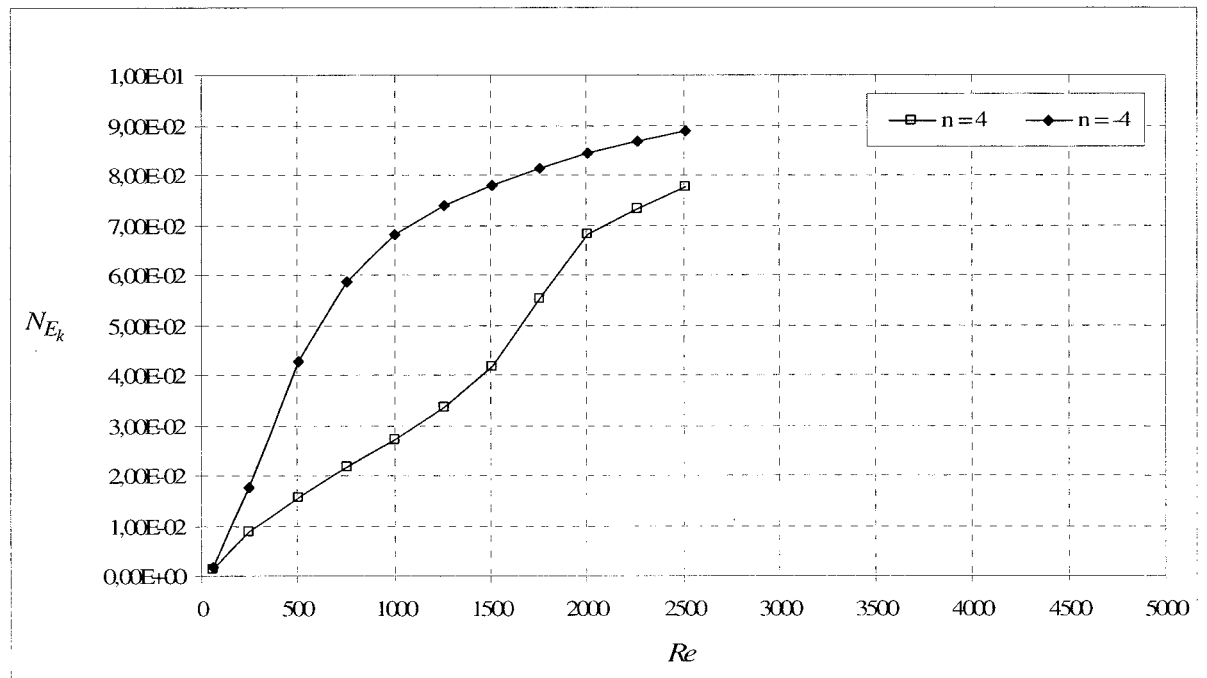


Figure III.9 Énergie cinétique en fonction de  $Re$  pour  $n = 4$  et  $-4$ .



## BIBLIOGRAPHIE

- Abdellaoui, M., et E. Gaffet. 1994. « Mechanical alloying in a planetary ball mill: kinematic description ». In, C3. Vol. 4, p. 291-6. Coll. « J. Phys. IV, Colloq. (France) ». France.
- Adachi, Naoki, Minoru Hashiba et Osamu Sakurada. 2004. « Rheological properties of slurries prepared using a planetary mixer ». *Ceramics International*, vol. 30, n° 6, p. 1055-1058.
- Aggarwal, S. K., J. B. Yapo, F. F. Grinstein et K. Kailasanath. 1996. « Numerical simulation of particle transport in planar shear layers ». *Computers and Fluids*, vol. 25, n° 1, p. 39-59.
- Alliet-Gaubert, Marion, Rodolphe Sardeing, Catherine Xuereb, Philippe Hobbes, Bertrand Letellier et Philippe Swaels. 2006. « CFD analysis of industrial multi-staged stirred vessels ». *Chemical Engineering and Processing*, vol. 45, n° 5, p. 415-427.
- Alvarez, M. M. 2000. « Using spatio-temporal asymmetry to enhance mixing in chaotic flows : from maps to stirred tanks ». New Jersey, Rutgers university, 230 p.
- Ascanio, Gabriel, Stephane Foucault et Philippe A. Tanguy. 2003. « Performance of a new mixed down pumping impeller ». *Chemical Engineering and Technology*, vol. 26, n° 8, p. 908-911.
- Bakker, André. 2006. « Blend Times in Stirred Tanks : Reacting Flows - Lecture 9 ». In., p. 39. <<http://www.bakker.org/dartmouth06/engs199/09-blend.pdf>>. Consulté le 12 novembre 2008.
- Borovkov, Alexey I. 2004. « Finite Element Structural Mechanics of the Energy-Saving Planetary-Motion Mixer UM-500 ». In *2004 International ANSYS Conference Proceedings*. Ansys.
- Cabaret, F., C. Rivera, L. Fradette, M. Heniche et Philippe A. Tanguy. 2007a. « Hydrodynamics performance of a dual shaft mixer with viscous newtonian liquids ». *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 85, n° 5 A, p. 583-590.
- Cabaret, Francois, Sylvain Bonnot, Louis Fradette et Philippe A. Tanguy. 2007b. « Mixing time analysis using colorimetric methods and image processing ». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 46, n° 14, p. 5032-5042.

- Campolo, Marina, et Alfredo Soldati. 2004a. « Numerical evaluation of mixing time in a tank reactor stirred by a magnetically driven impeller ». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 43, n° 21, p. 6836-6846.
- Campolo, Marina, et Alfredo Soldati. 2004b. « Numerical evaluation of mixing time in a tank reactor stirred by a magnetically driven impeller ». *Industrial and Engineering Chemistry Research*. p. 6836-6846.
- Celik, I. B., U. Ghia, P. J. Roache, C. J. Freitas, H. Coleman et P. E. Raad. 2008. « Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications ». *Journal of Fluids Engineering*, vol. 130, n° 7, p. 078001.
- Çengel, Y. A., et J. M. Cimbala. 2006. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*, 1 éd. New-York, NY: McGraw-Hill, 956 p.
- Chhabra, R. P., L. Bouvier, G. Delaplace, G. Cuvelier, S. Domenek et Christophe Andre. 2007. « Determination of mixing times with helical ribbon mixer for non-Newtonian viscous fluids using an advanced imaging method ». *Chemical Engineering and Technology*, vol. 30, n° 12, p. 1686-1691.
- Cleary, Paul W., et David Hoyer. 2000. « Centrifugal mill charge motion and power draw: Comparison of DEM predictions with experiment ». *International Journal of Mineral Processing*, vol. 59, n° 2, p. 131-148.
- Dow-Chemical. 2009. En ligne. <<http://www.dow.com/>>. Consulté le 10 février 2008.
- El-Eskandarany, M.S. 2001. *Mechanical Alloying for Fabrication of Advanced Engineering Materials*. William Andrew Publishing/Noyes, 260 p.
- Evjen, T. J. 2007. « Development of improved bendamustin-liposomes ». Mémoire de maîtrise, University of Tromsø, 92 p.
- Farhat, Maya, Christian Rivera, Louis Fradette, Mourad Heniche et Philippe A. Tanguy. 2007. « Numerical and experimental study of a dual-shaft coaxial mixer with viscous fluids ». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 46, n° 14, p. 5021-5031.
- Fletcher, C. A. J. 1991. *Computational Techniques for Fluid Dynamics 1 : Fundamental and General Techniques*, 2e éd. New York, N.Y.: Springer-Verlag, 401 p.
- FLUENT. 2006. *FLUENT User's Guide*, Version 6.3. Lebanon, NH: FLUENT INC.
- Foucault, Stéphane. 2004. « Caractérisation expérimentale de l'hydrodynamique dans un mélangeur coaxial ». Mémoire de maîtrise, Montréal, École polytechnique de Montréal, 124 p.

- Foucault, Stephane, Gabriel Ascanio et Philippe A. Tanguy. 2005. « Power characteristics in coaxial mixing: Newtonian and non-newtonian fluids ». *Industrial and Engineering Chemistry Research*, vol. 44, n° 14, p. 5036-5043.
- Fox, E. A., et V. E. Gex. 1956. « Single-phase blending of liquids ». *Chemical Engineering Progress*, vol. 2, n° 4, p. 539-544.
- Fradette, Louis, G. Thome, P. A. Tanguy et K. Takenaka. 2007. « Power and mixing time study involving a Maxblend & reg impeller with viscous Newtonian and non-Newtonian fluids ». *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 85, n° 11 A, p. 1514-1523.
- Frey, G., H. Lu et J. Powers. 2005. « Effect of Mixing Methods on Mechanical Properties of Alginate Impression Materials ». *Journal of Prosthodontics*, vol. 14, n° 4, p. 221-225.
- Fukuoka, M., N. Suigetsu et Y. Morita. 2002. « Sol Preparation Study of SiO<sub>2</sub>-TiO<sub>2</sub>-BaO Systems Using Planetary Mixer. ». *Journal of the Ceramic Society of Japan*, vol. 110, n° 12, p. 1092-1096.
- G-Explore. 2009. En ligne. <<http://www.gexplore.ca/>>. Consulté le 12 octobre 2009.
- Garti, Nissim. 2008. *Delivery and Controlled Release of Bioactives in Foods and Nutraceuticals*. Cambridge: Woodhead Publishing, 514 p.
- Gmix. 2009. En ligne. <<http://gmix.fr/>>. Consulté le 14 octobre 2009.
- Herzfeld, A. 1896. *Ball Grinding Mill*. Office, United States Patent and Trademark (inv.). 3 p. En ligne #529828. Consulté le 18 novembre 2008.
- Inoue, k., Y. X. Song, O. KamiunteN, J. Oku, T. Terao et K. FujiI. 2002. « Effect of mixing method on rheological properties of alginate impression materials ». *Journal of Oral Rehabilitation*, vol. 29, n° 7, p. 615-619.
- Inoue, Toshio, et Katsunori Okaya. 1996. « Grinding mechanism of centrifugal mills - a simulation study based on the discrete element method ». *International Journal of Mineral Processing*, vol. 44-45, p. 425-435.
- Iranshahi, Arash, Christophe Devals, Mourad Heniche, Louis Fradette, Philippe A. Tanguy et Katsuhide Takenaka. 2007. « Hydrodynamics characterization of the Maxblend impeller ». *Chemical Engineering Science*, vol. 62, n° 14, p. 3641-3653.
- Iranshahi, Arash, Mourad Heniche, Francois Bertrand et Philippe A. Tanguy. 2006. « Numerical investigation of the mixing efficiency of the Ekato Paravisc impeller ». *Chemical Engineering Science*, vol. 61, n° 8, p. 2609-2617.

- Javed, K. H., T. Mahmud et J. M. Zhu. 2006. « Numerical simulation of turbulent batch mixing in a vessel agitated by a Rushton turbine ». *Chemical Engineering and Processing*, vol. 45, n° 2, p. 99-112.
- Jaworski, Z., W. Bujalski, N. Otomo et A. W. Nienow. 2000. « CFD study of homogenization with dual Rushton turbines - comparison with experimental results. Part I: initial studies ». *Chemical Engineering Research and Design, Transactions of the Institute of Chemical Engineers, Part A*, vol. 78, n° 3, p. 327-333.
- Kader, Shane Idris. 2009. *Mélangeur planétaire sans lame : Rapport de projet de fin d'études*. Montréal: École de technologie supérieure, 30 p.
- Kheifets, A. S., et I. J. Lin. 1996a. « Energy transformations in a planetary grinding mill Part 1. General treatment and model design ». *International Journal of Mineral Processing*, vol. 47, n° 1-2, p. 1-19.
- Kheifets, A. S., et I. J. Lin. 1996b. « Energy transformations in a planetary grinding mill Part 2. Model verification ». *International Journal of Mineral Processing*, vol. 47, n° 1-2, p. 21-31.
- Lamberto, D. J., M. M. Alvarez et F. J. Muzzio. 1999. « Experimental and computational investigation of the laminar flow structure in a stirred tank ». *Chemical Engineering Science*, vol. 54, n° 7, p. 919-942.
- Marshall, E. M. , et A. Bakker. 2002. *Computational Fluid Mixing*, 1e éd. Lebanon, New Hampshire: Fluent Inc., 154 p.
- Massing, Ulrich, Sanja Cicko et Vittorio Ziroli. 2008. « Dual asymmetric centrifugation (DAC)--A new technique for liposome preparation ». *Journal of Controlled Release*, vol. 125, n° 1, p. 16-24.
- Mavros, P., et C. Baudou. 1997. « Quantification of the performance of agitators in stirred vessels: Definition and use of an agitation index ». *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 75, n° A8, p. 737-745.
- Mio, Hiroshi, Junya Kano, Fumio Saito et Kantaro Kaneko. 2002. « Effects of rotational direction and rotation-to-revolution speed ratio in planetary ball milling ». *Materials Science and Engineering A*, vol. 332, n° 1-2, p. 75-80.
- Mio, Hiroshi, Junya Kano, Fumio Saito et Kantaro Kaneko. 2004. « Optimum revolution and rotational directions and their speeds in planetary ball milling ». *International Journal of Mineral Processing*, vol. 74, n° SUPPL, p. 85-92.

- Montante, G., et F. Magelli. 2004. « Liquid homogenization characteristics in vessels stirred with multiple Rushton turbines mounted at different spacings: CFD study and comparison with experimental data ». *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 82, n° 9 SPEC. ISS., p. 1179-1187.
- Montante, Giuseppina, Michal Motek, Milan Jahoda et Franco Magelli. 2005. « CFD Simulations and Experimental Validation of Homogenisation Curves and Mixing Time in Stirred Newtonian and Pseudoplastic Liquids ». *Chemical Engineering Science*, vol. 60, n° 8-9 SPEC. ISS., p. 2427-2437.
- Montgomery, D. C. . 2001. *Introduction to Statistical Quality Control* 4e éd. N.Y.: J. Wiley, 796 p.
- Munson, B. R., D. F. Young et T. H. Okiishi. 2002. *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 4e éd.: John Wiley & Sons, 840 p.
- Osuwan, S., et D. D. Kristmanson. 1977. « Measurement of Effective Diffusion Coefficients in Mixtures of Acid and Base ». *Journal of The Science Society of Thailand*. Vol. 3, p. 73-82.
- Panton, Ronald L. 2005. *Incompressible flow* 3e éd. N.J.: J. Wiley, 821 p.
- Patankar, Suhas V. 1980. *Numerical heat transfer and fluid flow / Suhas V. Patankar*, 1e éd. Washington: Hemisphere Publishing Corporation, 197 p.
- Paul, E. L., V. A. Atiemo-Obeng et S. M. Kresta. 2004. *Handbook of Industrial Mixing - Science and Practice*, 1e éd. New-York: John Wiley & Sons, 1433 p.
- Retsch. 2009. En ligne. <<http://www.retsch.com/products/milling/ball-mills/pm-100/>>. Consulté le 14 septembre 2009.
- Roache, P. J. 1994. « Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies ». *Journal of Fluids Engineering*, vol. 116, p. 405-413.
- Thomé, Guillaume. 2006. « Étude de la performance du mélangeur "Maxblend" à différentes échelles ». Montréal, École Polytechnique de Montréal, 90 p.
- Tritton, D. J. 1988. *Physical Fluid Dynamics*, 2e éd. Oxford: Clarendon Press, 519 p.
- Vaitekhovich, P. E., et D. V. Semenenko. 2005. « Characteristic features of the movement of grinding charges in planetary mills with external rolling ». *Khimicheskoe I Neftgazovoe Mashinostroenie*, n° 7, p. 7-8.

- Van Leer, B. 1979. « Toward the Ultimate Conservative Difference Scheme. IV. : A Second Order Sequel to Godunov's Method ». *Journal of Computational Physics*,, vol. 32, p. 101-136.
- Versteeg, H. K., et W. Malalasekera. 2007. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics : The Finite Volume Method*, 2e éd. Harlow: Pearson Educational Limited, 503 p.
- Wills, B. A. 2006. *Wills' Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*, Seventh Edition. Butterworth-Heinemann, 457 p. In *Books24x7*.